

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
КАФЕДРА «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**  
по изучению лекционного курса по дисциплинам  
«Прикладная механика» и «Техническая механика»  
**Передачи зацеплением. Конструкции, расчет и проектирование.**  
**Часть I. Зубчатые цилиндрические передачи**  
для обучающихся по направлениям подготовки  
15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»,  
13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»,  
21.05.03 «Технология геологической разведки»,  
13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»,  
12.03.01 «Приборостроение» все форм обучения

РАССМОТРЕНО  
на заседании кафедры  
сопротивления материалов  
Протокол № 10 от 20.05.2020

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании Учебно-издательского  
совета ДОННТУ  
Протокол № 4 от 22.06. 2020 г

Донецк  
2020

УДК 621.833(076)  
ББК 34.445я73  
М54

**Рецензент**

Нечепаев Валерий Георгиевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Основы проектирования машин» ГОУ ВПО «ДОННТУ».

**Составители:**

Кафедра «Соппротивление материалов» ГОУ ВПО «ДОННТУ»

Татьянченко Александр Григорьевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой,

Савенков Вячеслав Николаевич – кандидат технических наук, доцент,

Петтик Юрий Владиславович – кандидат технических наук, доцент,

Лукичев Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент,

Ветряк Юрий Леонидович – доцент,

Бридун Мария Викторовна – инженер 1 кат.

М54 **Методические рекомендации по изучению лекционного курса по дисциплинам «Прикладная механика» и «Техническая механика». Передачи зацеплением. Конструкции, расчет и проектирование. Часть 1. Зубчатые цилиндрические передачи. Часть I.** [Электронный ресурс]: для обучающихся по направлениям подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 13.03.01 «Тепло-энергетика и теплотехника», 21.05.03 «Технология геологической разведки», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 12.03.01 «Приборостроение» всех форм обучения / ГОУ ВПО «ДОННТУ». Каф. сопротивления материалов; сост. А. Г. Татьянченко, В. Н. Савенков, Ю. В. Петтик, А. В. Лукичев, Ю. Л. Ветряк, М. В. Бридун. – Электрон. дан. (1 файл: 1,62 МБ). – Донецк: ДОННТУ, 2020. Систем. требования: ZIP-архиватор.

Методические рекомендации разработаны с целью оказания помощи обучающимся в усвоении теоретического материала по дисциплинам «Прикладная механика» и «Техническая механика». Рассмотрены основные параметры механических передач. Приведены конструкция и методы проектного и проверочных расчетов прямозубых и косозубых цилиндрических передач приводов машин.

УДК 621.833(076)  
ББК 34.445я73

© А. Г. Татьянченко, В. Н. Савенков, Ю. В. Петтик, А. В. Лукичев,  
Ю. Л. Ветряк, М. В. Бридун

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Основные параметры механических передач машинных установок . . .	4
2	Прямозубые цилиндрические передачи . . . . .	6
2.1	Геометрические характеристики зубчатого венца колеса. . . . .	6
2.2	Силы в зацеплении прямозубой цилиндрической передачи. . . . .	8
2.3	Понятие об активной линии зацепления и коэффициенте перекрытия . . . . .	10
2.4	Виды повреждений зубьев и критерии работоспособности колес зубчатых передач . . . . .	12
2.4.1	Условия работы зуба колеса в зацеплении . . . . .	12
2.4.2	Виды повреждения зубьев . . . . .	13
2.4.3	Задача проектирования колес зубчатых передач . . . . .	14
2.5	Расчет на сопротивление контактной усталости активных поверхностей зубьев колес . . . . .	15
2.6	Расчет зубьев колес на сопротивление усталости при изгибе . . . . .	21
2.7	Коэффициент расчетной нагрузки для зубьев колес . . . . .	22
2.8	Определение допускаемых напряжений . . . . .	25
2.8.1	Допускаемых контактные напряжения . . . . .	25
2.8.2	Допускаемых напряжения изгиба . . . . .	30
3	Косозубые цилиндрические передачи . . . . .	29
3.1	Устройство, достоинства и недостатки . . . . .	29
3.2	Геометрический расчет зубчатого венца цилиндрического колеса с непрямыми зубьями . . . . .	30
3.3	Силы, действующие в зацеплении косозубых колес . . . . .	31
3.4	Особенности косозубого зацепления . . . . .	31
3.5	Расчет на контактную усталость активных поверхностей зубьев колес косозубых передач . . . . .	35
3.6	Расчет зубьев колес на сопротивление усталости при изгибе . . . . .	37
3.7	Последовательность расчета колес цилиндрической передачи. . . . .	38
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ . . . . .	40

# 1 ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ МАШИННЫХ УСТАНОВОК

Рассмотрим основные параметры механической передачи, например, зубчатый редуктор привода ленточного конвейера (рис. 1).

Параметры зубчатой передачи, относящиеся к ведущим звеньям, будем

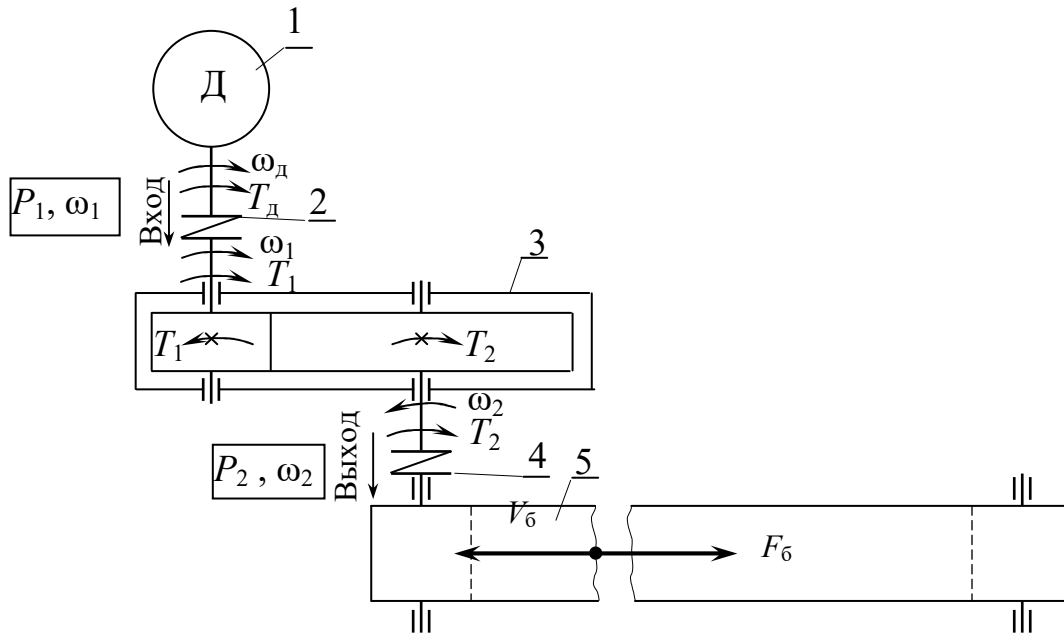


Рисунок 1 – Кинематическая схема привода ленточного конвейера:  
1 – электродвигатель ; 2, 4 – муфты; 3 – зубчатый редуктор; 5 – ленточный конвейер

отмечать индексом 1, а к ведомым – индексом 2, то есть  $d_{w1}$ ,  $v_1$ ,  $\omega_1$ ,  $P_1$ ,  $T_1$  – соответственно диаметр начальной окружности, окружная скорость, угловая скорость, мощность, крутящий момент на ведущем валу;  $d_{w2}$ ,  $v_2$ ,  $\omega_2$ ,  $P_2$ ,  $T_2$  – то же самое на ведомом валу.

Любая механическая передача характеризуется следующими основными параметрами:

- мощностью  $P_2$  на выходе, кВт;
- быстроходностью, которая выражается угловой скоростью ведомого вала  $\omega_2$ , рад/с, или частотой вращения  $n_2$ , об/мин;
- передаточным отношением  $i$ .

Эти три основные характеристики необходимые для проекторочного расчета любой механической передачи.

Кроме основных параметров, различают производные характеристики, которыми часто пользуются при расчетах:

- коэффициент полезного действия (КПД), учитывающий потери механической энергии в опорах и в зацеплении, и определяемый из выражения

$$\eta = P_2/P_1. \quad (1.1)$$

Для многоступенчатой передачи, состоящей из нескольких последовательно соединенных передач, общий КПД определяют по формуле

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n, \quad (1.2)$$

где  $\eta_1, \eta_2, \eta_n$  – КПД соответственно 1-ой, 2-ой,  $n$ -ой ступени сложной передачи.

Вращающий момент  $T$  передачи, Н·м :

$$T = P/\omega, \quad (1.5)$$

где  $P$  – мощность, Вт;  $\omega$  – угловая скорость, рад/с.

Вращающий момент ведущего вала  $T_1$  является моментом движущей силы; его направление совпадает с направлением вращения вала. Вращающийся момент ведомого вала  $T_2$  – момент сил сопротивления (окружной силы  $F_{\text{с}}$  на приводном барабане ленточного конвейера), поэтому его направление противоположно направлению вращения вала.

Определим теперь отношение вращающихся моментов на валах механической передачи.

Поскольку

$$T_1 = P_1/\omega_1, \quad T_2 = P_2/\omega_2,$$

тогда

$$T_2/T_1 = P_2 \cdot \omega_1 / (P_1 \cdot \omega_2) = \eta u,$$

откуда

$$T_2 = T_1 \cdot u \cdot \eta. \quad (1.6)$$

Выражение (1.6) является законом преобразования крутящего момента в механизмах вращательного движения, который можно представить графически, если пренебречь потерями мощности в опорах и в зацеплении (рис. 1.2).

Как видим, функция передачи вращательного движения от двигателя к рабочей машине через механическую передачу сочетается с изменением параметров движения (угловых скоростей и вращающихся моментов), а иногда и с преобразованием самого вида движения (вращательного движения двигателя в поступательное, винтовое и другое рабочего органа рабочей машины).

Необходимость преобразования движения и его параметров обусловлена тем, что для большинства двигателей технически и экономически целесообразное использование равномерного вращательного движения двигателя с большими скоростями, в то время как рабочие органы рабочей машины для выполнения их функций требуют малых угловых скоростей вращения. Это согласование высокой угловой скорости двигателя  $\omega_{\text{дв}}$  с малыми угловыми скоростями вращения вала рабочей машины сопровождается соответствующим увеличением крутящего момента на выходном валу механической передачи, т. е.  $T_2 > T_1$ , а  $\omega_2 < \omega_1$ .

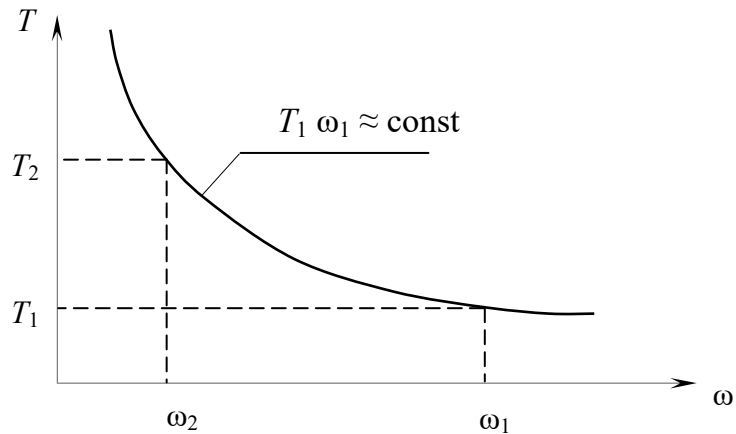


Рисунок 1.2 – Закон передачи крутящего момента в механизмах вращательного движения

## 2 ПРЯМОЗУБЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ

### 2.1 Геометрические характеристики зубчатого венца колеса

*Часть зубчатого колеса, включающая все зубья, связанные друг с другом прилегающей к ним поверхностью тела зубчатого колеса, называется зубчатым венцом.*

Геометрию зубчатого венца характеризуют концентрическими окружностями с центром на геометрической оси вращения колеса, и лежащими в торцевом сечении. Различают окружности: делительную, основную, вершин зубьев, впадин между зубьями, которым соответствуют диаметры  $d$ ,  $d_b$ ,  $d_a$ ,  $d_f$  (рис. 2.1).

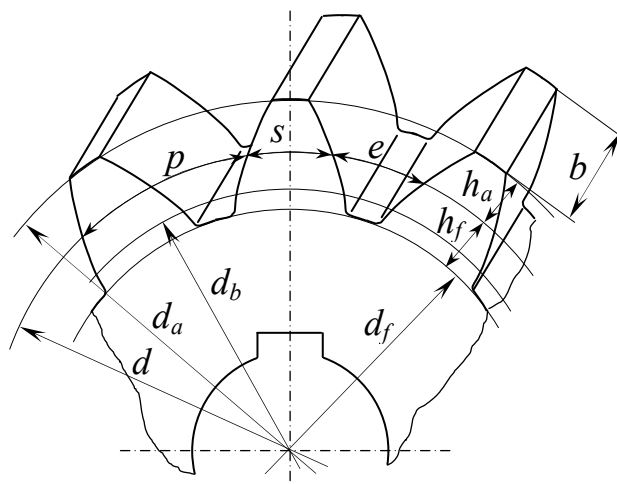


Рисунок 2.1 – Геометрические параметры зубчатого венца колеса

Делительной называют окружность, по которой в процессе изготовления зубчатого колеса производится деление цилиндрической заготовки на  $z$  равных частей (технологическая окружность). Ее диаметр определяется из выражения

$$\pi d = zp, \quad (2.1)$$

где  $p$  - делительный окружной шаг, то есть расстояние между одноименными профилями соседних зубьев по дуге делительной окружности колеса;  $z$  - число зубьев нарезаемого колеса. Круговой шаг по делительной окружности равен сумме толщины зуба  $s$  и ширины впадины  $e$ , то есть

$$p = s + e$$

Выражение (2.1) запишем в виде

$$d = pz/\pi = mz, \quad (2.2)$$

где

$$m = p/\pi. \quad (2.3)$$

окружной делительный модуль зубьев, значение которого регламентированы ГОСТ 9563.

Модуль является основной характеристикой размеров зубьев и используется для расчетов и измерения зубчатых колес.

Делительная окружность делит зуб на головку и ножку, высота которых обозначается соответственно  $h_a$  и  $h_f$ . При этом принимают  $h_a = m$ ;  $h_f = 1,25m$ , полная высота зуба  $h = h_a + h_f = m + 1,25m = 2,25m$ .

Разница в высоты ножек зубьев одного колеса и высоты головок зубьев другого необходима для образования радиального зазора  $C$ :

$$C = h_f - h_a = +h_f = 1,25m - m = 0,25m.$$

Наибольшее расстояние между торцами зубьев колеса называется шириной венца и обозначается  $b$ .

Основные параметры прямозубых колес, выраженные через модуль, следующие:

параметры отдельно взятого зуба –

$$p = \pi m; \quad s = e = p/2 = \pi m/2; \quad h = 2,25m; \quad h_a = m; \quad h_f = 1,25m, \quad C = 0,25m;$$

концентрические окружности колеса –

$$\begin{aligned} d &= mz; \quad d_a = d + 2h_a = mz + 2m = m(z + 2); \\ d_f &= d - 2h_f = mz - 2,5m = m(z - 2,5). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Кроме перечисленных окружностей отдельно рассмотрим понятие начальной окружности, диаметр которой обозначается  $d_w$ .

Начальными называются концентрические окружности, проходящие через полюс зацепления  $\Pi$ , которые в процессе зацепления перекатываются одна по другой без скольжения.

При изменении в допустимых пределах межосевого расстояния меняются и диаметры начальных окружностей шестерни и колеса. Итак, у пары зубчатых колес может быть множество начальных окружностей, определяемых в результате монтажа. У отдельно взятого колеса начальной окружности не существует.

*Делительная окружность принадлежит отдельно взятому колесу.*

*При изменении межосевого расстояния диаметры делительных окружностей колес остаются неизменными.*

Делительные окружности совпадают с начальными, если межосевое расстояние для пары зубчатых колес равно сумме радиусов делительных окружностей, то есть

$$a_w = 0,5(d_2 \pm d_1) = d_1(u \pm 1)/2 = mz_1(u \pm 1)/2 = m z_{\Sigma} / 2. \quad (2.5)$$

где  $z_{\Sigma} = z_2 \pm z_1$  - суммарное число зубьев (знак минус - для внутреннего зацепления).

Из (2.5) можно найти для шестерни:

$$d_1 = \frac{2a_w}{u \pm 1} \quad \text{или} \quad z_1 = \frac{2a_w}{m(u \pm 1)}. \quad (2.6)$$

Аналогично получаем для колеса:

$$d_2 = 2 \cdot a_w u / (u \pm 1) \quad \text{или} \quad z_2 = \frac{2a_w u}{m(u \pm 1)} \quad (2.7)$$

## 2.2 Силы в зацеплении прямозубой цилиндрической передачи

*Основным элементом, определяющим работоспособность зубчатых колес передачи, является зубья колес.* Поэтому для обоснованного назначения размеров колес необходимо соблюдать меру их механического взаимодействия – напряжения в зубьях и их предельные значения. Между тем достаточно точный расчет напряжений в точках зубьев связан со значительными математическими трудностями и может быть реализован методами теории упругости. В связи с этим при проектировании выполняют приближенный расчет напряжений в зубьях колес в два приема. Сначала находят нормальную силу  $F_n$  в зацеплении, представляющую собой результирующий вектор контактных напряжений  $\sigma_H$ , сопровождающих деформацию поверхности зубьев в окрестности первоначального их контакта по линии  $b$  (длина зуба), очень малой ширины  $\delta$  превращается в площадку  $A_H = \delta b$  (рис. 2.2).



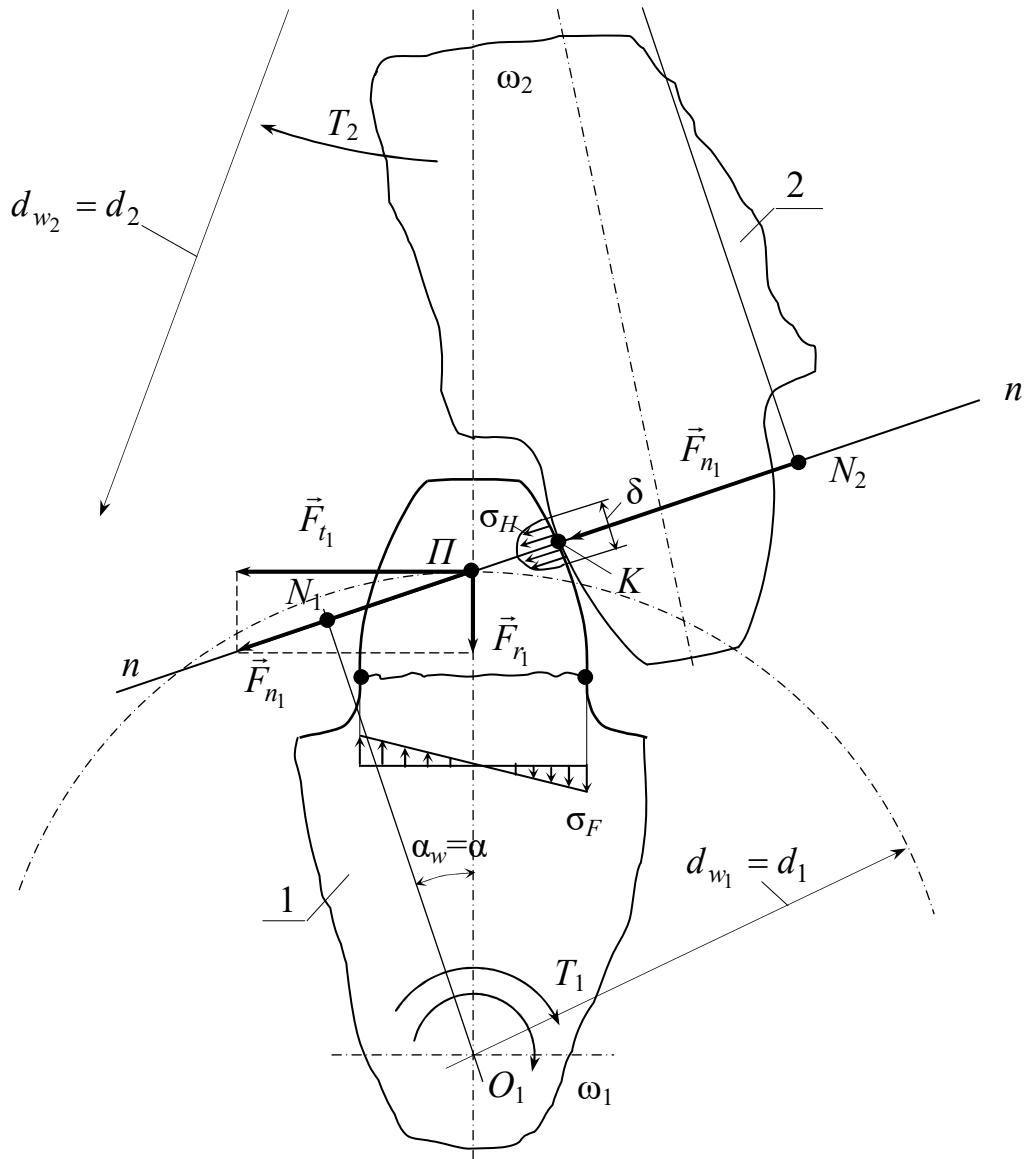


Рисунок 2.2 - Силы в зацеплении (силы на зубе шестерни)

Затем определяют напряжения в опасных точках зубьев колес под действием силы  $F_n$  и оценивают прочность зубьев колес, или определяют безопасные размеры колес.

Нормальная сила между парой контактирующих зубьев в произвольной точке  $K$ :

$$F_n = \int_A \sigma_H dA.$$

Эта сила направлена по линии зацепления (как по общей нормали к рабочим поверхностям зубьев) так, чтобы момент ее относительно оси шестерни, например, уравновешивал действующий крутящий момент  $T_1$  на ее валу. При этом для упрощения расчетов приводят силовое взаимодействие зубьев к делительной окружности, то есть к полюсу зацепления  $\Pi$ , а силу  $F_{n_1}$  (сила, с которой зуб колеса 2 действует на зуб шестерни 1) раскладывают (условно) на составляющие силы:  $F_{t_1}$  - окружную силу и  $F_{r_1}$  - радиальную силу.

По условию равновесия шестерни получаем, что

$$F_{t_1} = 2T_1/d_1; \quad F_{r_1} = F_{t_1} \operatorname{tg} \alpha,$$

тогда

$$F_{n_1} = F_{t_1} / \cos \alpha. \quad (2.8)$$

Такие же силы, только направленные в противоположную сторону, действуют и на зуб колеса 2.

### 2.3 Понятие об активной линии зацепления и коэффициент перекрытия

Как известно, теоретической линией зацепления зубчатой передачи является отрезок  $N_1 N_2$ , который представляет собой траекторию общей точки контакта двух соседних зубьев за период зацепления (рис. 2.3).

Активной (рабочей) линией зацепления называется отрезок  $ab$ , представляющий собой часть теоретической линии зацепления  $N_1 N_2$ , которая отсекается окружностями вершин зубьев колес. Для обеспечения непрерывного вращения зубчатых колес необходимо, чтобы выход из зацепления одной па-

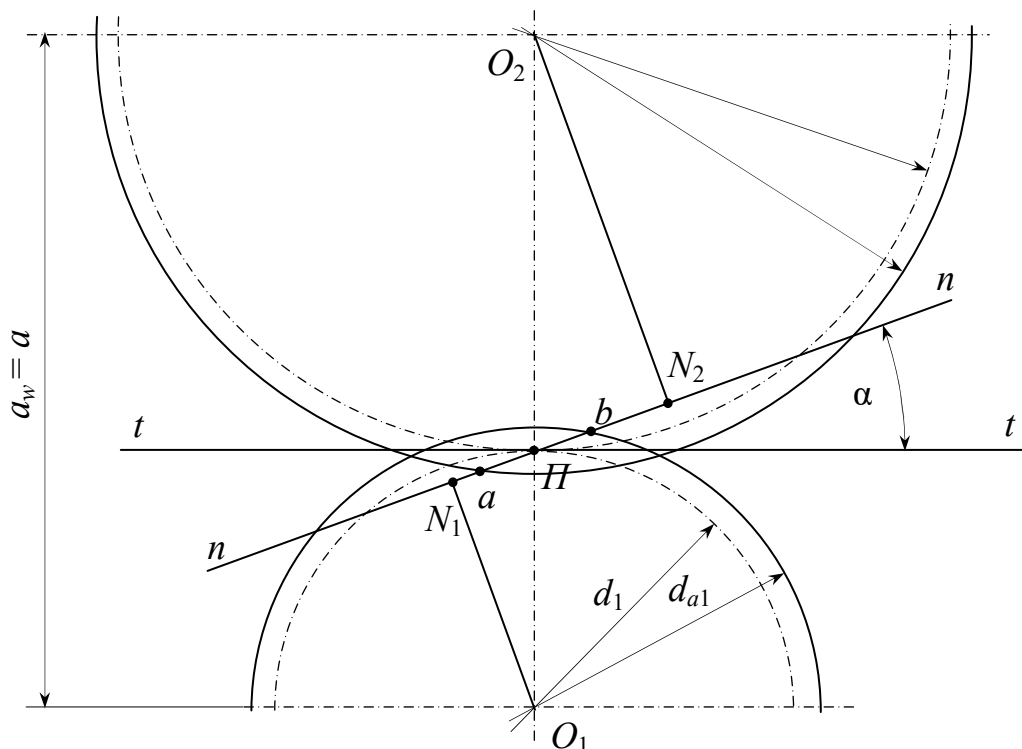


Рисунок 2.3 – Активная линия зацепления  $ab$

ры зубьев опережался входом в зацепление следующей пары зубьев. Это свойство зубчатых передач характеризуется торцевым коэффициентом перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ , представляет собой отношение рабочей линии зацепления  $ab$  к шагу по основной окружности  $p_b$ , то есть

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{ab}}{p_b} > 1 \quad (2.9)$$

Торцевой коэффициент перекрытия показывает, сколько пар зубьев, в среднем, находится одновременно в зацеплении. Например, при  $\varepsilon_\alpha = 1,2$  означает, что в течение  $0,2t$  ( $t$  - период цикла зацепления) в зацеплении находится две пары зубцов, а  $0,8t$  - одна пара зубьев  $I$ . Действительно (рис. 2.4), пусть в точке  $a$  (т.е. в начале линии зацепления) находится пара зубьев  $II$ . Тогда при  $\overline{ab}/p_b > 1$  в зацеплении будет находиться еще и пара зубьев на расстоянии  $p_b$  в точке  $d$ . При вращении ведущего колеса, когда пара зубьев  $I$  придет на границу линии зацепления и займет положение  $I'$  в точке  $b$ , пара зубьев  $II$  займет положение  $II'$  в точке  $c$ .

Итак, на участках  $ac$  и  $db$  линии зацепления находится в одновременной работе две пары зубьев. Однопарное зацепление продолжается до тех пор, пока пара зубьев  $II$  не займет положение точки  $d$ . В этот момент в зацепление вступит следующая пара зубьев  $III$  и снова начнется двухпарное зацепление зубьев. Переходя от линии зацепления к поверхности зуба, мож-

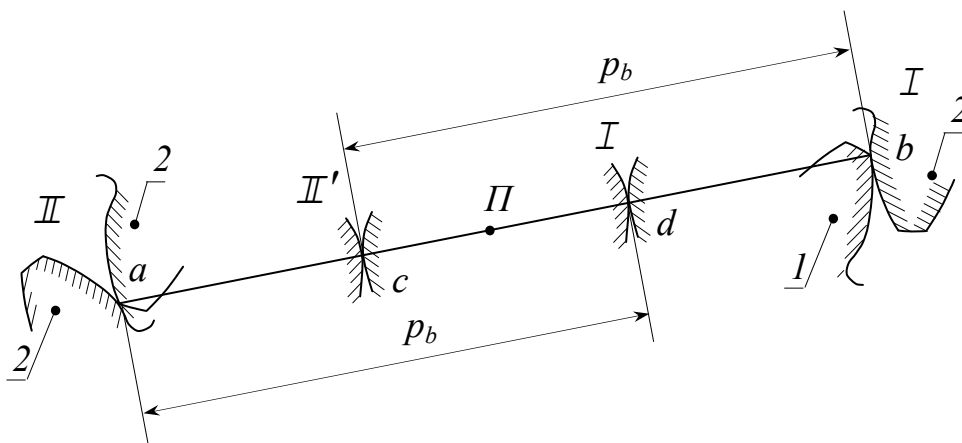


Рисунок 2.4 – К вопросу о торцевом коэффициенте перекрытия  $\varepsilon_\alpha$

но отметить, что зона однопарного зацепления располагается в районе полюса зацепления (рис. 2.5).

В зоне однопарного зацепления зуб колеса воспринимает полную нормальную силу  $F_n$ , а в зонах двухпарного зацепления  $a-c$  и  $b-d$  - примерно половину нормальной силы.

## 2.4 Виды повреждений зубьев и критерии работоспособности колес зубчатых передач

### 2.4.1 Условия работы зуба колеса в зацеплении

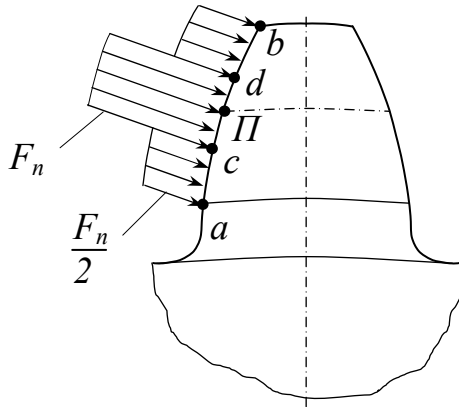


Рисунок 2.5 – Эпюра нагрузки зуба колеса за период зацепления

Основным элементом, определяющим работоспособность колес зубчатых передач, являются зубья колес. Проходя зону зацепления при работе передачи, зубья подвергаются циклическому контактному нагружению силой  $F_n$ , которая вызывает контактные напряжения  $\sigma_H$ , а в сечении ножки зуба - напряжения изгиба  $\sigma_F$ . (рис. 2.6).

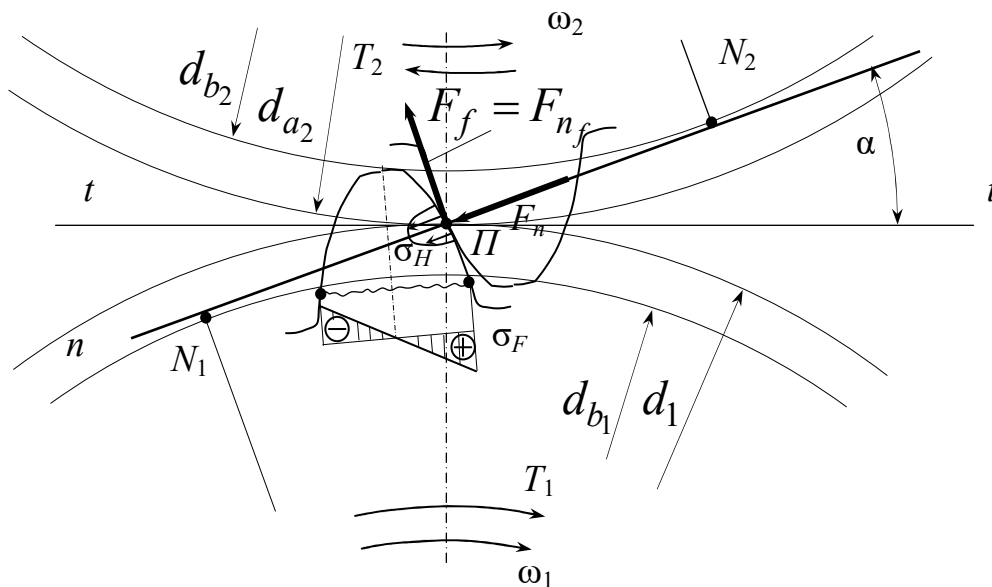


Рисунок 2.6 – Напряженное состояние зуба шестерни

Эти напряжения изменяются по некоторому прерывисто-периодическому циклу, что обусловлено периодическим характером вхождения в зацепления зубьев (рис. 2.7).

Время действия напряжения  $\sigma_F$  за один оборот колеса  $t_1$  равен продолжительности зацепления одного зуба  $t_2$ . Напряжения  $\sigma_H$  действуют еще меньше. Это время равно продолжительности нахождения в зацеплении данной точки поверхности зубца.

Переменные напряжения являются причиной усталостного повреждения зубьев: поломки зубьев от напряжений изгиба и выкрашивания поверхности от контактных напряжений.

#### 2.4.2 Виды повреждения зубьев

Рассмотрим два вида повреждения зубьев, подвергающихся аналитиче-

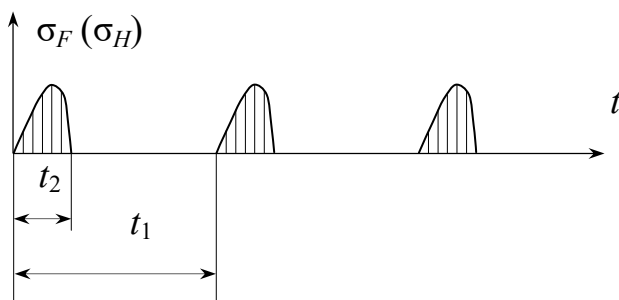


Рисунок 2.7 - Схема пульсирующего цикла контактных напряжений  $\sigma_H$  и напряжений изгиба  $\sigma_F$  в ножке зуба колеса

скому расчету по их предотвращению - это усталостное выкрашивание поверхности зубьев и поломка зубьев.

*Усталостное выкрашивание от контактных напряжений и силы трения (рис. 2.8) является основным видом повреждения поверхности зубьев при обильной жидкой смазке передачи (закрытые передачи, защищенные от пыли и грязи)*

Усталостному выкрашиванию поверхности зуба (то есть выпадению кусочков металла с поверхности зуба колеса) предшествует зарождение трещин на его поверхности, что возможно, если в местах трещин контактное напряжение  $\sigma_H > \sigma_{HO}$  (предел контактной выносливости материала зуба). При этом следует отметить, что зарождение указанных трещин и следующее за ним выкрашивание начинается вблизи полюсной линии на ножках зубьев

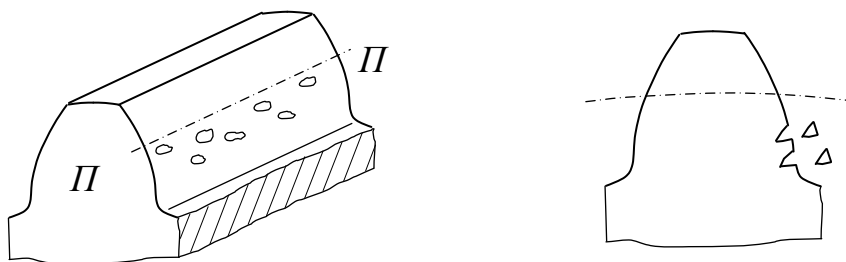


Рисунок 2.8 – Усталостное выкрашивание поверхности зуба колеса

там, где нагрузка передается одной парой зубьев, а скольжение и перекатывание зубьев направлены так, что смазка запрессовывается в трещины и способствуют выкрашиванию частиц металла. Особенно подвержены выкрашиванию зубья с низкой и средней твердостью поверхности (при  $HV < 350$ ). Поэтому основным критерием работоспособности зубьев таких колес является усталостная контактная прочность.

Поломка зубьев (рис. 2.9) чаще всего носит усталостный характер от длительного действия переменных напряжений изгиба  $\sigma_F$  в ножках зубьев.

Возникновению усталостной трещины способствует и концентрация напряжений, а появившаяся трещина, развивается, приводя к внезапной поломке зубьев. Особенно склонны к поломке зубья с высокой твердостью поверхности (при  $HV > 350$ ). Поэтому основным критерием работоспособности таких колес является усталостная прочность зубьев при изгибе.

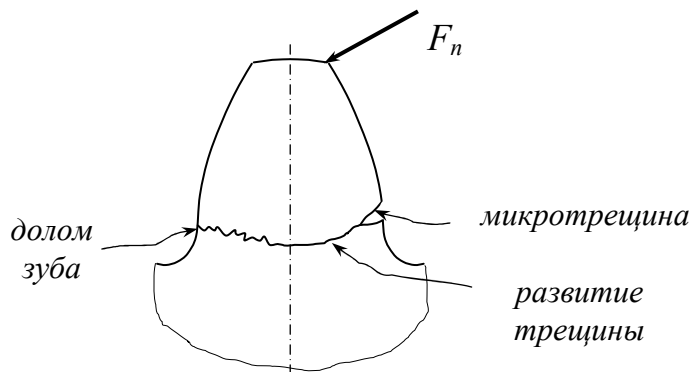


Рисунок 2.9 – Схема поломки зуба колеса

### 2.4.3 Задача проектирования колес зубчатых передач

Она состоит в определении таких значений основных параметров передачи (межосевое расстояние  $a_w$ , модуля зубьев  $m$  и числа зубьев  $z_1$ ), которые наилучшим образом удовлетворяют прочностным, кинематическим, геометрическим и экономическим требованиям. Для передач общего назначения задача сводится к выбору материала (с учетом технологии их изготовления) и определению размеров колес, которые предотвращают преждевременное повреждение зубьев. Но даже в этом случае проектирование колес передачи оказывается достаточно сложным процессом из-за сравнительно большого числа переменных проектирования и критериев работоспособности. Для упрощения задачи сокращают число переменных проектирования, используя опыт проектирования и результаты исследований работы передачи.

При этом для расчета колес передач необходимо установить зависимость показателя работоспособности (напряжений) зубьев от внешней нагрузки и ее основных параметров.

### 2.5 Расчет на сопротивление контактной усталости активных поверхностей зубьев колес

Этот расчет является основным для закрытых (работающих в условиях жидкой смазки) передач с низкой и средней твердостью поверхности зубьев ( $HB > 350$ ).

Цель расчета - установление зависимости показателя работоспособности (контактного напряжения  $\sigma_H$ ) от внешней нагрузки и геометрических размеров колес передачи.

Исходные данные для расчета:

1) в качестве исходной принимается формула Герца для случая сжатия по образующим двух цилиндра (рис. 2.10)

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q_n E_{пр}}{\rho_{пр} 2\pi(1-\mu^2)}}, \quad (a)$$

где  $q_n = F_n/l$  - удельное нормальное напряжение (интенсивность взаимодействия цилиндров длиной  $l$ , сжатых силой  $F$ );

$\rho_{пр} = \rho_1 \rho_2 / (\rho_2 \pm \rho_1)$  - приведенный радиус кривизны цилиндров;

$E_{пр} = 2 \cdot E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$  - приведенный модуль продольной упругости материала цилиндров;

$E_1, E_2$  - модули продольной упругости материала соответственно первого и второго цилиндра;

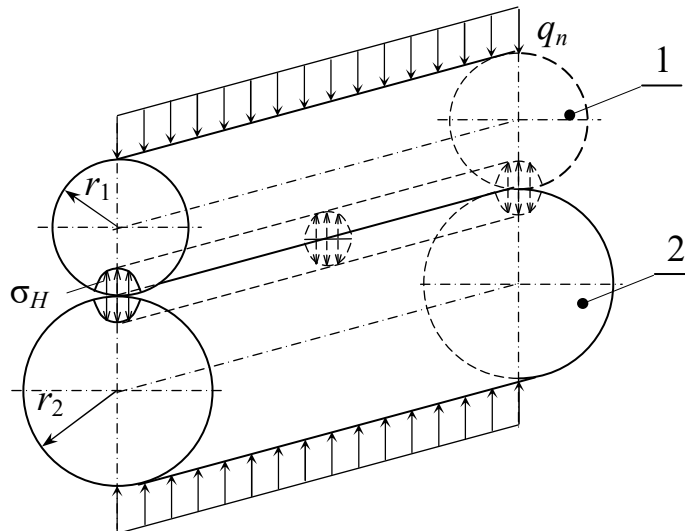


Рисунок 2.10 – Контактные напряжения  $\sigma_H$  на поверхности сжатых цилиндров

$\mu$  - коэффициент Пуассона.

2) Экспериментально установлено, что наименьшую контактную прочность имеет околополюсная зона рабочих поверхностей зубьев, в которой на зубья действуют самые большие нагрузки (полная нагрузка передается одной парой зубьев) и скорость скольжения зубьев  $v_{ск}$  не равная нулю. Однако расчет зубьев на контактную прочность выполняют для фазы зацепления в полюсе, потому что положение полюса  $\Pi$  заранее известно (рис. 2.11).

3) зубья рассматриваются как два цилиндра длиной  $b$  (ширина зубчатого венца) с радиусами, равными радиусам кривизны эвольвент профилей зубьев шестерни и колеса в полюсе зацепления, то есть  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ . Из треугольников  $O_1 N_1 \Pi$  и  $O_2 N_2 \Pi$  можно записать радиусы кривизны

$$\rho_1 = N_1 \Pi = \frac{d_1}{2} \sin \alpha; \quad \rho_2 = N_2 \Pi = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$$

и через них приведенный радиус кривизны

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{d_1 d_2 \sin^2 \alpha}{4(d_2 \pm d_1) \sin \alpha} = \frac{d_2 \sin \alpha}{2(u \pm 1)} = \frac{d_1 u \sin \alpha}{2(u \pm 1)};$$

здесь знак «плюс» для внешнего, «минус» - для внутреннего зацепления.

Удельную нагрузку на контактирующие зубья

$$q_n = \frac{F_n}{l_{\Sigma}} = \frac{F_n}{b \varepsilon_{\alpha}} = \frac{F_t}{b \varepsilon_{\alpha} \cos \alpha},$$

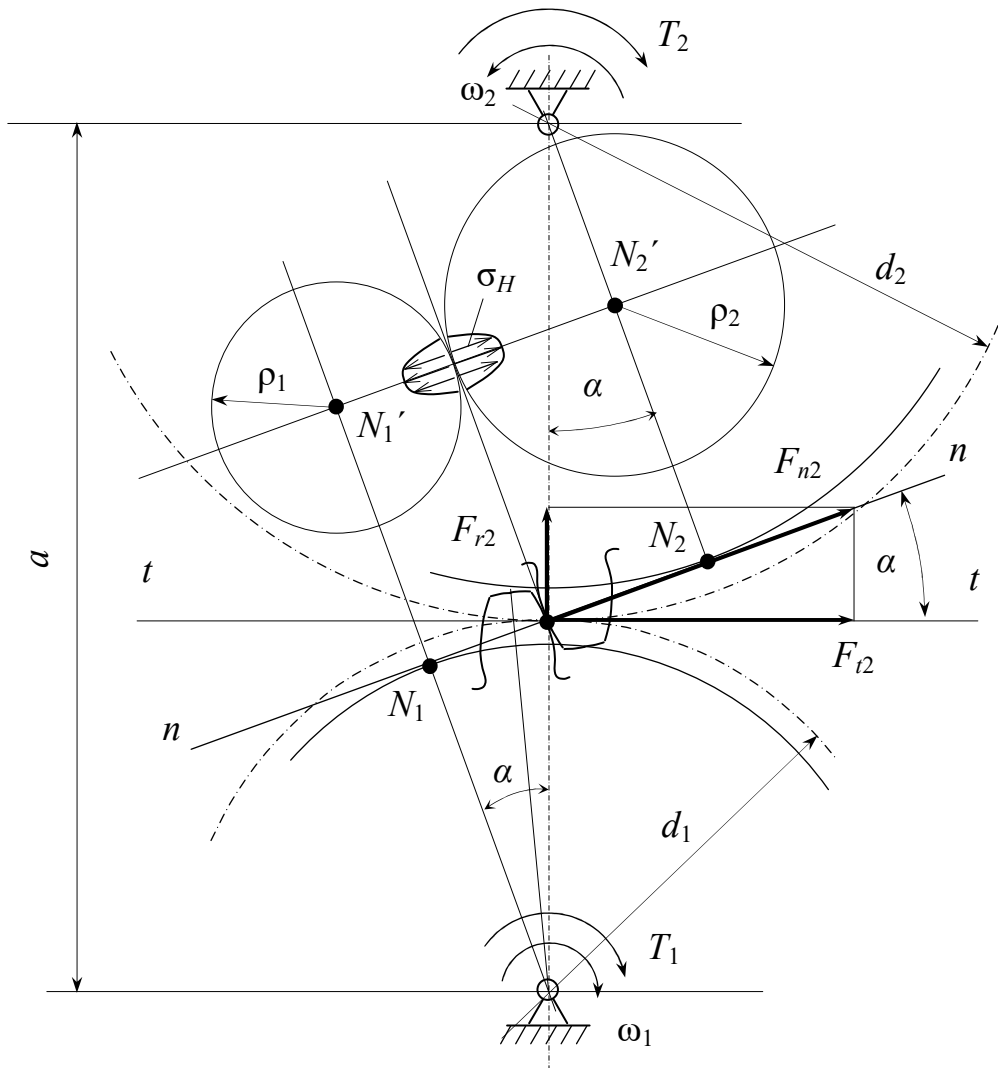


Рисунок 2.11 – К расчету поверхности зубьев колес на контактную прочность



где  $l_{\Sigma} = b\varepsilon_{\alpha}$  – суммарная длина контактных линий на границе одно - и двухпарного зацепления.

Подставляя значения  $\rho_{\text{пр}}$  и  $q_n$  в формулу Герца (а) и заменив

$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ , получим

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{2E_{\text{пр}}2F_t(u \pm 1)}{\sin 2\alpha 2\pi(1 - \mu^2)bd_1\varepsilon_{\alpha}}}.$$

Обозначим:

$Z_H = \sqrt{2/\sin 2\alpha}$  – коэффициент, учитывающий форму контактирующих поверхностей зубьев (для нормальных колес при  $\alpha = 20^\circ$ ,  $Z_H = 1,76$ );

$Z_M = \sqrt{\frac{E_{\text{пр}}}{\pi(1 - \mu^2)}}$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов контактирующих колес (для стальных колес  $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ );

$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}}}$  – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий (для прямозубой передачи  $Z_{\varepsilon} \approx 1$ ).

Тогда, получим расчетную зависимость в форме рекомендуемой ГОСТом для проверочного расчета:

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_{\varepsilon} \sqrt{\frac{F_t(u \pm 1) K_{H\beta} K_{HV}}{d_1 b u}} \leq [\sigma_H], \quad (2.9)$$

где  $K_{H\beta}$  – коэффициент неравномерности нагрузки по длине контактных линий зацепления (по длине зуба для прямозубых колес), вследствие перекоса зубьев колес, вызванный прогибом валов, деформациями корпуса, подшипников, погрешностью сборки;

$K_{HV}$  – коэффициент динамической нагрузки, учитывающий возникновение в зацеплении дополнительных динамических нагрузок, т.е. учитывающий внутреннюю динамику передачи, вызванную неточностями изготовления зубьев колес по окружному шагу (как правило,  $p_1 \neq p_2$ ).

Выбираются указанные коэффициенты по заранее составленным таблицам.

Следует отметить, что проверочный расчет ведется по колесу, потому что материал колеса принимается меньшей прочностью, чем шестерни из-за того, что зуб колеса реже вступает в зацепление (в передаточное число раз), чем зуб шестерни. Поэтому формула (2.9) может быть изменена. Для этого вводим следующие подстановки:

$$F_t = \frac{2T_2}{d_2} \cdot 10^3 = \frac{2T_2}{d_1 u} 10^3; \quad d_1 = 2 \cdot a_w / (u \pm 1).$$

Тогда

$$\sigma_{H_2} = \frac{Z_H Z_M Z_\varepsilon}{au} \sqrt{\frac{T_2 10^3 K_{H\beta} K_{HV} (u \pm 1)^3}{2b_2}} \leq [\sigma_{H_2}]. \quad (2.10)$$

В формуле (2.10) крутящий момент  $T_2$  дан в Н м,  $a = a_w$  – в мм, контактные напряжения  $\sigma_{H_2}$  в МПа. Для согласования размерностей указанных величин служит числовой коэффициент  $10^3$ .

При проектировочном расчете по заданному вращающему моменту  $T_2$  и передаточному отношению  $u$  необходимо определить  $a$  или  $d_1$ .

Для получения расчетной формулы межосевого расстояния введем в выражение (2.10)  $b = \psi_{ba} \cdot a$ , где  $\psi_{ba}$  – коэффициент ширины колеса относительно межосевого расстояния. Тогда выражая из этой формулы  $a$ , получим

$$a_w = a = (u \pm 1) \sqrt[3]{0,5(Z_H Z_M Z_\varepsilon)^2 K_{HV}} \sqrt[3]{\frac{10^3 T_2 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u^2 [\sigma_{H_2}]^2}}.$$

Обозначим  $K_a = \sqrt[3]{0,5(Z_H Z_M Z_\varepsilon)^2 K_{HV}}$  – вспомогательный коэффициент; для прямозубых передач рекомендуется  $K_a = 49,5 \text{ МПа}^{1/3}$  (при  $K_{HV} = 1$ ).

Окончательно формула для проектного расчета межосевого расстояния закрытых цилиндрических прямозубых стальных передач

$$a_w = a = K_a (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{10^3 T_2 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u^2 [\sigma_{H_2}]^2}}. \quad (2.11)$$

При необходимости определения  $d_1$  в начальной стадии проектировочного расчета вводим в формулу (2.9) коэффициент ширины венца шестеренки  $\psi_{bd} = b/d_1$ , и выражение

$$\frac{F_t}{d_1 b} = \frac{2 \cdot 10^3 T_1}{d_1^3 \psi_{bd}} = \frac{2 \cdot 10^3 T_2}{d_1^3 \psi_{bd} u},$$

после чего получим

$$\sigma_{H_2} = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 T_2 (u \pm 1)^3}{d_1^3 \psi_{bd} u^2}} K_{H\beta} K_{HV} \leq [\sigma_{H_2}].$$

Откуда делительный диаметр шестерни

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{10^3 T_2 K_{H\beta} (u \pm 1)}{\psi_{bd} u^2 [\sigma_{H_2}]^2}}, \quad (2.12)$$

где  $K_d = \sqrt[3]{2(Z_H Z_M Z_\varepsilon)^2 K_{HV}}$  – вспомогательный коэффициент; для стальных прямозубых колес рекомендуется  $K_d = 78 \text{ МПа}^{1/2}$ . В формулах (2.11) и (2.12)  $T_2$  – в Н·м;  $\sigma_{H_2}$  – в МПа;  $d_1$  и  $a$  – в мм.

Значения  $\psi_{bd}$  выбирают по рекомендациям табл. 1. Выбрав  $\psi_{bd}$ , определяют  $\psi_{ba}$  по формуле  $\psi_{ba} = 2\psi_{bd}/(u + 1)$ .

Таблица 1 – Значения рекомендованных коэффициентов  $\psi_{bd} = b/d_1$

Расположение колес относительно опор	Твердость активных поверхностей зубьев	
	HB <sub>1</sub> ≤ 350 или HB <sub>1</sub> и HB <sub>2</sub> ≤ 350	HB <sub>1</sub> и HB <sub>2</sub> > 350
Симметричное	0,8...1,4	0,4...0,9
Несимметричное	0,6...1,2	0,3...0,6
Консольное	0,3...0,4	0,2...0,25

Из формул (2.9), (2.10), (2.11) следует, что величина контактных напряжений  $\sigma_H$  не зависит отдельно от модуля или от числа зубьев, а определяется только их произведением или диаметрами колес. По условиям контактной прочности при данных  $d_1$  или  $a$  модуль передачи может быть сколь угодно малым, или соответствовать равенству  $mz = d_1$  и  $m(z_1 + z_2) = 2a$ .

Величину  $m$  выбирают, ориентируясь на рекомендации, выработанные практикой, и затем проверяют зуб на усталость при изгибе. При проверке можно получить  $\sigma_F$  значительно меньше  $[\sigma_F]$ , потому что нагрузочная способность при твердости поверхности зубьев  $H \leq 350HB$  ограничивается контактной усталостью, а не усталостью при изгибе.

Если расчетное значение превышает допустимое  $\sigma_F$ , то при принятых значениях  $d$  и  $m$  увеличивают  $m$ . Это означает, что в данной передаче из выбранных материалов решающее значение имеет не контактная усталость, а усталость при изгибе. На практике такие случаи встречаются у колес с высокотвердыми зубьями при  $H > 50HRC$ .

При выборе модуля необходимо учитывать следующее.

*Мелкомодульные колеса с большим числом зубьев лучше по условиям плавности хода передачи (увеличивается  $\varepsilon_\alpha$ ) и по экономическим соображениям.*

Однако для силовых передач рекомендуют принимать  $m \geq 2$  мм. В быстроходных передачах для уменьшения шума рекомендуют брать  $z_1 \geq 26$ .

*Крупномодульные колеса могут работать длительное время после начала выкрашивания, менее чувствительны к перегрузкам.*

При ориентированной оценке модуля стоит воспользоваться следующими рекомендациями.

1. Выбрав  $\psi_m$  по табл. 2, определяют  $m = b/\psi_m$  где  $b = \psi_{bd}d_1$ ;

$d_1$  получаем из расчета на контактную усталость. Если из расчета получаем  $a$ , то определяем  $d_1 = 2a/(u \pm 1)$ , потом  $\psi_{bd} = \psi_{ba}(u \pm 1)/2$ ,  $b = \psi_{bd}d_1$  и далее  $m$ .

Таблица 2 – Выбор модуля зубьев колес

Характеристика конструкции	$\psi_m = b/m$ , не больше
Высоконагруженные точные передачи, валы, опоры и корпуса повышенной жесткости при <i>HB</i> :	
до 350	45...30
свыше 350	30...20
Обычные передачи редукторного типа в отдельном корпусе с достаточно жесткими валами и опорами при <i>HB</i> :	
до 350	30...25
до 350	20...15
свыше 350	15...10
Грубые передачи ( в тому числе с консольными валами)	

2. Выбирают модуль по эмпирическим зависимостям:

$m = (0,01...0,02)a_w$  – при твердости зубьев шестерни и колеса  $H \leq 350 HB$ ;

$m = (0,01...0,02)a_w$  – при твердости шестерни и колеса  $H \geq 45HRC$ .

Полученное значение модуля округляют до значений ГОСТ 9563.

Ряд 1-й: 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20... .

Ряд 2-й: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22... . При назначении модулей 1-й ряд нужно отдавать предпочтение 2-му.

При выборе  $\psi_{ba}$  рекомендуется пользоваться рядом:

0,1; 0,125; 0,16; 0,2; 0,25; 0,315; 0,4; 0,5; 0,63; 0,8; 1; 1,25.

## 2.6 Расчет зубьев колес на сопротивление усталости при изгибе

Этот расчет является основным для зубчатых колес с высокой твердостью поверхности зубьев (при  $H \geq 350HB$ ).

Цель расчета – установление зависимости показателя работоспособности (напряжения  $\sigma_F$  в сечении ножки зубца) от внешнего нагружения и геометрических размеров зубьев.

Исходные основания для расчета:

1) расчет делают для момента приложения силы в вершине зуба (рис. 2.12).

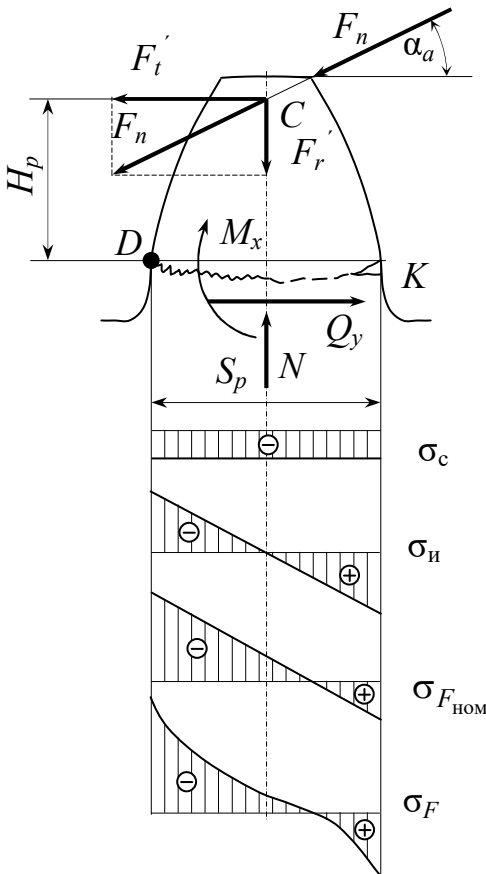


Рисунок 2.12 – Эпюры напряжений в ножке зуба колеса

Это соответствует началу зацепления для зуба колеса и завершению зацепления для зуба шестерни. Хотя в этот момент теоретически в зацеплении находится еще одна пара зубьев, принимают, что вся нагрузка передается одной парой зубьев. Только для точно изготовленных передач (выше 6-й степени точности) можно учитывать, что нагрузка передается двумя парами зубьев.

2) Перенесем силу  $F_n$  по линии ее действия на ось симметрии зуба в точку  $C$  и разложим на две составляющие силы: окружную  $F'_t$  и радиальную  $F'_r$ ;

Тогда

$$F'_t = F_n \cos \alpha_a = F_t \cos \alpha_a / \cos \alpha;$$

$$F'_r = F_n \sin \alpha_a = F_t \sin \alpha_a / \cos \alpha.$$

Здесь  $\alpha_a$  - угол давления в вершине зуба, который больше угла давления (зацепления)  $\alpha$  на делительной окружности.

3) построив эпюры нормальных напряжений, получаем, что наибольшие напряжения возникают в указанном сечении. Здесь же наблюдается и концентрация напряжений.

За расчетное напряжение принимают напряжение на растянутой стороне зуба, то есть

$$\sigma_{F_H} = \sigma_u - \sigma_c, \quad (a)$$

потому что именно здесь, на растянутой стороне зуба возникают трещины усталостного разрушения. Это не случайно, потому что поверхностные слои материала зуба, как показывают эксперименты, оказывают меньшее сопротивление переменным растягивающим напряжениям, чем сжимающим.

4) Для опасного сечения Д – К, расположенного вблизи хорды основной окружности запишем (с учетом концентрации напряжений)

$$\sigma_F = \sigma_{F_{\text{ном}}} K_T, \quad (б)$$

где  $\sigma_{F_{\text{ном}}}$  – расчетное номинальное напряжение;

$K_T$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений.

$$\sigma_F = \left( \frac{M_x}{W_x} - \frac{N_z}{A} \right) K_T = \left( \frac{F'_t h_p}{W_x} - \frac{F'_r}{A} \right) K_T, \quad (в)$$

где  $W_x = bS_p^2 / 6$  - осевой момент сопротивления опасного сечения ножки

$A = bS_p$  – площадь сечения ножки зуба;

$h_p, S_p$  – расчетная высота и толщина зуба соответственно ;

$b$  – длина зуба (ширина зубчатого венца колеса).

Величины  $h_p$  и  $S_p$  можно выразить в долях модуля зуба:

$$h_p = \gamma_h m; \quad S_p = \gamma_S m,$$

где  $\gamma_h, \gamma_S$  – коэффициенты согласно расчетной высоте и расчетной толщине зуба.

Из рис. 2.12 видно, что сила  $F'_t$  вызывает поперечный изгиб зуба, а сила  $F'_r$  – сжатие. Итак, в опасном поперечном сечении зуба (в ножке в месте перехода эвольвенты в галтель зуба) возникают три внутренних силовых фактора: изгибающий момент  $M_x$ , поперечная сила  $Q_y$  и продольная сила  $N_z$ .

Подставив в выражение (6) входящие в него величины, получим

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm \cos \alpha} \left( \frac{6\gamma_h \cos \alpha_a}{\gamma_S^2} - \frac{\sin \alpha_a}{\gamma_S} \right) K_T.$$

Обозначим через

$$Y_F = \frac{1}{\cos \alpha} \left( \frac{6\gamma_h \cos \alpha_a}{\gamma_S^2} - \frac{\sin \alpha_a}{\gamma_S} \right) K_T -$$

коэффициент формы зуба, и вводя коэффициенты расчетной нагрузки  $K_{F\beta}$  и  $K_{FV}$ , получим формулу для *проверочного расчета прямых зубьев колес на сопротивление усталости при изгибе*

$$\sigma_F = \frac{F_t Y_F}{bm} K_{F\beta} K_{FV} \leq [\sigma_F]. \quad (2.13)$$

Подставив в формулу (2.13)  $F_t = \frac{2T}{d} = \frac{2T}{mz}$ , получим

$$\sigma_F = \frac{2TY_F}{bm^2 z} K_{F\beta} K_{FV} \leq [\sigma_F]. \quad (2.14)$$

Для получения формулы проектного расчета необходимо в выражение (2.14) подставить  $b = \psi_{bd} d_1 = \psi_{bd} m z_1$  и решив его относительно модуля зубьев  $m$

$$m \geq \sqrt[3]{2K_{FV}} \sqrt[3]{\frac{10^3 T_1 Y_{F1} K_{F\beta}}{\psi_{bd} z_1^2 [\sigma_{F1}]}}. \quad (2.15)$$

Обозначив через  $K_m = \sqrt[3]{2K_{FV}} = 1,4$  – вспомогательный коэффициент, окончательно получим

$$m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{10^3 T_1 Y_1 K_{F\beta}}{\psi_{bd} z_1^2 [\sigma_{F1}]}}. \quad (2.16)$$

где  $T_1$  – крутящий момент на валу шестерни, Н·м;

$z_1$  – число зубьев шестерни;

$[\sigma_{F_1}]$  – допустимое напряжение для материала шестерни при изгибе, МПа;

$\Psi_{bd}$  – коэффициент ширины шестерни относительно диаметра делительной окружности (принимается по табл. 1)

Коэффициент формы зуба  $Y_F$  выбирается по табл. 3 в зависимости от числа зубьев  $z$  колеса.

Из-за меньшего числа зубьев шестерни зуб в основании более тонкий, чем у колеса; это отражается в большей величине коэффициента  $Y_F$  ( $Y_{F_1} > Y_{F_2}$ ).

Для обеспечения примерно равной работоспособности зубьев шестерни и колеса шестерню делают более прочной, чем колесо.

Зубья шестерни и колеса имеют равное сопротивление усталости при изгибе при условии

$$[\sigma_{F_1}]/Y_{F_1} \approx [\sigma_{F_2}]/Y_{F_2}.$$

## 2.7 Коэффициент расчетной нагрузки для зубьев колес

Представляет собой выражение

$$K = K_\beta K_V,$$

где  $K_\beta$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по ширине зубчатого венца (точнее по длине контактных линий, рис. 2.13);

$K_V$  – коэффициент динамической нагрузки.

Таблица 3 – Значение  $Y_F$  для внешнего зацепления

$z$	$Y_F$	$z$	$Y_F$	$z$	$Y_F$
17	4,26	30	3,79	80	3,60
20	4,07	35	3,75	100	3,60
22	3,98	40	3,70	150	3,60
24	3,92	45	3,66	200	3,60
26	3,88	50	3,65	Рейка	3,63
28	3,81	65	3,62		

*Коэффициент неравномерности нагружения ( $K_{H\beta}$  и  $K_{FV}$ ).* Вследствие упругих деформаций валов, корпусов, подшипников и самих зубчатых колес, погрешностей изготовления и сборки контактирующие зубчатые колеса перекатываются относительно друг друга, вызывая неравномерное распределение нагрузки по ширине венца. Объясним это сложное явление на примере, учитывающем только прогиб валов. На рис. 2.13 показано взаимное распо-

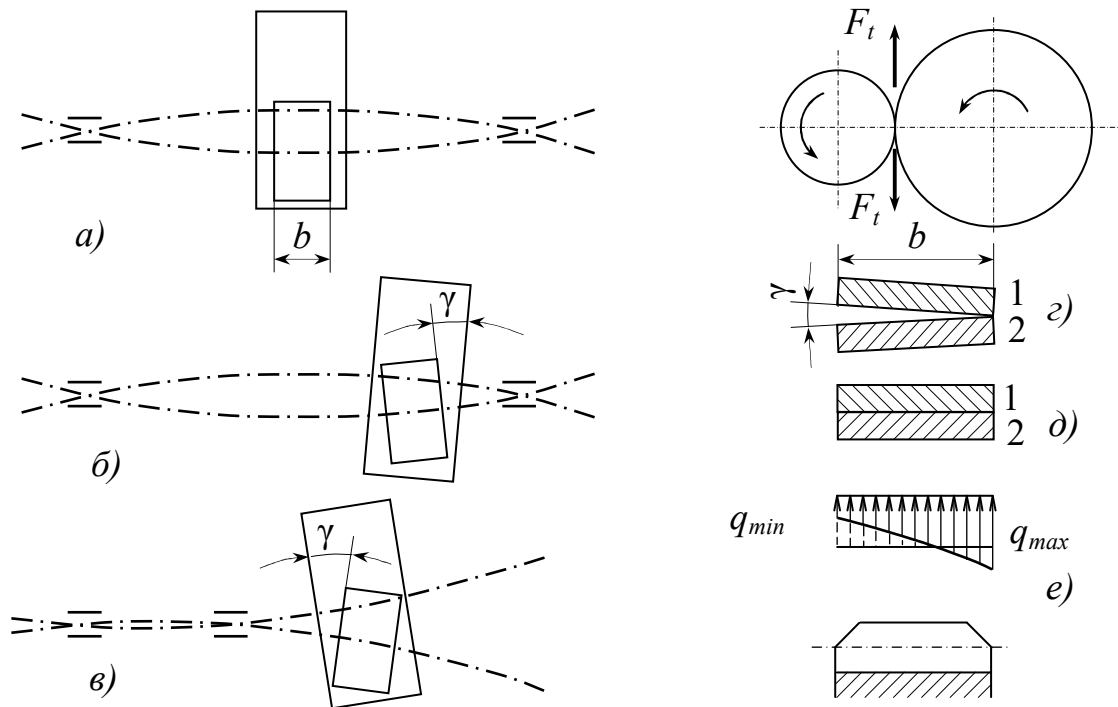


Рисунок 2.13 – К вопросу неравномерности распределения нагрузки по ширине зубчатого венца соединенных колес

ложение зубчатых колес при деформированных валах в случаях симметричного (рис. 2.13 *a*), несимметричного (рис. 2.13 *б*) и консольного (рис. 2.13 *в*) расположения колес относительно опор.

Валы прогибаются в противоположные стороны под действием сил в зацеплении. При симметричном расположении опор прогиб валов не вызывает перекоса зубчатых колес и, следовательно, почти не нарушает распределения нагрузки по ширине венца. Это самый хороший случай. При несимметричном и консольном расположении опор колеса перекашиваются на угол  $\gamma$ , что приводит к нарушению правильного касания зубьев (рис. 2.13 *з*). Деформация зубьев уменьшает влияние перекосов и в большинстве случаев сохраняет их соприкосновение по всей длине (рис. 2.13 *д*). Однако, при этом, нагрузка перераспределяется в соответствии с величиной деформации отдельных участков зубьев (рис. 2.13 *е*). При прочих равных условиях величина перекоса возрастает с увеличением ширины колес, поэтому ширину колес  $b$  ограничивают.

В прирабатывающихся передачах, у которых материал хотя бы одного из колес имеет твердость  $H \leq 350HB$ , а окружная скорость  $V \leq 15$  м/с, неравномерность нагрузки по ширине венца постепенно уменьшается и может быть вполне устранена при постоянной нагрузке вследствие повышенного местного срабатывания. При скоростях  $V > 15$  м/с приработка зубьев резко ухудшается, так как между зубьями образуется устойчивый масляный слой, защищающий их от срабатывания.



Влияние неравномерности распределения нагрузки по ширине венца при расчете на усталость при изгибе учитывается коэффициентом  $K_{F\beta}$  (табл. 4), а при расчете на контактную усталость – коэффициентом  $K_{H\beta}$  (табл. 5), выбираемыми в зависимости от коэффициента ширины венца  $\psi_{bd}$ .

Коэффициенты динамического нагружения ( $K_{FV}$  и  $K_{HV}$ ) учитывают возникновение в зацеплении колес дополнительных динамических нагрузок (внутреннюю динамику в зацеплении) из-за погрешности изготовления зубьев по шагу ( $p_1 \neq p_2$ ). Его величина зависит от окружной скорости, точности изготовления колес, от масс присоединенных деталей (табл. 6, 7).

Таблица 4 – Ориентировочные значения коэффициента  $K_{F\beta}$

Расположение шестерни относительно опор	Твердость поверхностей зубьев колеса $HВ$	$\psi_{bd} = b/d_1$					
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,6
Консольное, опоры – шарикоподшипники	До 350	1,16	1,37	1,64	–	–	–
	Больше 350	1,33	1,70	–	–	–	–
Консольное, опоры – роликоподшипники	До 350	1,10	1,22	1,38	1,57	–	–
	Больше 350	1,20	1,44	1,71	–	–	–
Симметричное	До 350	1,01	1,03	1,05	1,07	1,14	1,26
	Больше 350	1,02	1,04	1,08	1,14	1,30	–
Несимметричное	До 350	1,05	1,10	1,17	1,25	1,42	1,62
	Больше 350	1,09	1,18	1,30	1,43	1,73	–

Таблица 5 – Ориентировочные значения коэффициента  $K_{H\beta}$

Расположение шестерни относительно опор	Твердость поверхностей зубьев колеса $HВ$	$\psi_{bd} = b/d_1$					
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,6
Консольное, опоры – шарикоподшипники	До 350	1,08	1,17	1,28	–	–	–
	Больше 350	1,22	1,44	–	–	–	–
Консольное, опоры – роликоподшипники	До 350	1,06	1,12	1,19	1,27	–	–
	Больше 350	1,11	1,25	1,45	–	–	–
Симметричное	До 350	1,04	1,02	1,03	1,04	1,07	1,11
	Больше 350	1,01	1,02	1,04	1,07	1,16	1,26
Несимметричное	До 350	1,03	1,05	1,07	1,12	1,19	1,28
	Больше 350	1,06	1,12	1,20	1,29	1,48	–

## 2.8 Определение допускаемых напряжений

### 2.8.1 Допускаемые контактные напряжения

Допускаемые контактные напряжения для расчета на усталость при длительной работе рассчитывают по формуле:

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{HO}}{n_H} Z_R K_{HL}, \quad (2.17)$$

где  $\sigma_{HO} = \sigma_{H \lim b}$  – предел контактной выносливости активных поверхностей зубьев соответствующий базе циклов изменения напряжений  $N_{HO}$ , МПа;

$n_H$  – коэффициент безопасности;  $K_{HL}$  – коэффициент долговечности;  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость сопряженных поверхностей зубьев.

Значения  $\sigma_{HO}$  принимают по табл. 8.

Таблица 6 – Ориентировочные значения коэффициента  $K_{HV}$

Степень точности передачи	Твердость поверхности зубьев, <i>HВ</i>	Окружная скорость, м/с					
		1	2	4	6	8	10
7	До 350	$\frac{1,04}{1,02}$	$\frac{1,07}{1,03}$	$\frac{1,14}{1,05}$	$\frac{1,21}{1,06}$	$\frac{1,29}{1,07}$	$\frac{1,36}{1,08}$
		$\frac{1,03}{1,00}$	$\frac{1,05}{1,01}$	$\frac{1,09}{1,02}$	$\frac{1,14}{1,03}$	$\frac{1,19}{1,03}$	$\frac{1,24}{1,04}$
8	До 350	$\frac{1,04}{1,01}$	$\frac{1,08}{1,02}$	$\frac{1,16}{1,04}$	$\frac{1,24}{1,06}$	$\frac{1,32}{1,07}$	$\frac{1,40}{1,08}$
		$\frac{1,03}{1,01}$	$\frac{1,06}{1,01}$	$\frac{1,10}{1,02}$	$\frac{1,16}{1,03}$	$\frac{1,22}{1,04}$	$\frac{1,26}{1,05}$
9	До 350	$\frac{1,05}{1,01}$	$\frac{1,10}{1,03}$	$\frac{1,20}{1,05}$	$\frac{1,30}{1,07}$	$\frac{1,40}{1,09}$	$\frac{1,50}{1,12}$
		$\frac{1,04}{1,01}$	$\frac{1,07}{1,01}$	$\frac{1,13}{1,02}$	$\frac{1,20}{1,03}$	$\frac{1,26}{1,04}$	$\frac{1,32}{1,05}$

Коэффициент безопасности  $n_H = 1,1$  при нормализации, улучшении и объемной закалке зубьев;  $n_H = 1,2$  при поверхностной закалке и цементации

База испытаний  $N_{HO}$  определяется по табл. 9.

Коэффициент  $K_{HL}$  долговечности учитывает влияние срока службы и режима нагрузки передачи. Коэффициент  $K_{HL}$  предусматривает возможность повышения допустимых напряжений для кратковременно работающих передач при  $N_H < N_{HO}$ , где  $N_H$  – расчетная циклическая долговечность. На участке  $N_H > N_{HO}$  (длительно работающая передача) линия кривой усталости примерно параллельна оси абсцисс, то есть на этом участке предел выносливости не изменяется, а  $K_{HL} = 1$ .

$$2,4 \geq K_{HL} = \sqrt{\frac{N_{HO}}{N_H}} \geq 1. \quad (2.18)$$

$$\text{Здесь} \quad N_H = 60 n t_\Sigma = 573 \omega t_\Sigma, \quad (2.19)$$

где  $n$  ( $\omega$ ) – частота вращения (угловая скорость) того из колес, по материалу которого определяют допускаемые напряжения, об/мин ( рад/с);  $t_\Sigma$  – продолжительность работы передачи за расчетный срок службы, ч;

$$t_\Sigma = 300 L_h C t_c K_c,$$

здесь  $L_h$  - срок службы, час.;  $C$  - число смен;  $t_c$  – продолжительность смены, ч;  $K_c$  -коэффициент использования привода в течение смены.

Таблица 7 – Ориентировочные значения коэффициента  $K_{FV}$  \*

Степень точности передачи	Твердость поверхности зубьев $HV$	Окружная скорость, м/с					
		1	2	4	6	8	10
7	До 350	$\frac{1,08}{1,03}$	$\frac{1,16}{1,06}$	$\frac{1,33}{1,11}$	$\frac{1,50}{1,16}$	$\frac{1,62}{1,22}$	$\frac{1,80}{1,27}$
	Больше 350	$\frac{1,03}{1,01}$	$\frac{1,05}{1,02}$	$\frac{1,09}{1,03}$	$\frac{1,13}{1,05}$	$\frac{1,17}{1,07}$	$\frac{1,22}{1,03}$
9	До 350	$\frac{1,13}{1,04}$	$\frac{1,28}{1,07}$	$\frac{1,50}{1,14}$	$\frac{1,72}{1,21}$	$\frac{1,98}{1,28}$	$\frac{2,25}{1,35}$
	Больше 350	$\frac{1,04}{1,01}$	$\frac{1,07}{1,02}$	$\frac{1,14}{1,04}$	$\frac{1,21}{1,06}$	$\frac{1,27}{1,08}$	$\frac{1,34}{1,09}$
8	До 350	$\frac{1,10}{1,03}$	$\frac{1,20}{1,06}$	$\frac{1,38}{1,11}$	$\frac{1,58}{1,17}$	$\frac{1,78}{1,23}$	$\frac{1,96}{1,29}$
	Больше 350	$\frac{1,04}{1,01}$	$\frac{1,06}{1,02}$	$\frac{1,12}{1,03}$	$\frac{1,16}{1,05}$	$\frac{1,21}{1,05}$	$\frac{1,26}{1,08}$

Примечание. Значения  $K_V$  в числителе – для прямозубых колес, в знаменателе – для косозубых.

Таблица 8 – Границы контактной выносливости  $\sigma_{HO}$

Термическая обработка зубьев	Твердость поверхности зубьев	Материал	$\sigma_{HO}$ , МПа
Нормализация, улучшение	$H \leq 350HV$	Сталь углеродистая и легированная	$2 HV+70$
Объемная закалка	$H=(38...50)HRC$		$18 HRC+150$
Поверхностная закалка	$H=(40...50)HRC$		$17 HRC+200$
Цементация и нитроцементация	$H \geq 56HRC$	Сталь легированная	$23 HRC$

Таблица 9 – База испытаний

Твердость поверхности зубьев, $HV$	до 200	250	300	350	400	450	500	550	600
$N_{HO}$ , млн. циклов	10	17,0	26,4	38,3	52,7	70	90	113	140

Значения коэффициента  $Z_R$ , общее для шестерни и колеса, принимают к расчету для того из колес зубчатой пары, у которого более грубая поверхность. ГОСТ 21354 рекомендует:  $Z_R = 1$  при  $R_a = 1,25 \dots 0,63$ ;  $Z_R = 0,95$  при  $R_a = 2,5 \dots 1,25$ ;  $Z_R = 0,9$  при  $R_Z = 40 \dots 10$  мкм.

### 2.8.2 Допускаемые напряжения изгиба

Для расчета зубьев на сопротивление усталости при длительной работе допускаемые напряжения определяют по формуле

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{FO}}{n_F} Y_R K_{FL}, \quad (2.20)$$

где  $\sigma_{FO} = \sigma_{F \lim b}^o$  – предел выносливости зубьев при изгибе, соответствующий базе испытаний при отнулевом цикле изменения напряжений, МПа (табл. 10),  $n_F$  – коэффициент безопасности,  $n_F = 1,7 \dots 2,2$ ;  $Y_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость переходной поверхности зуба ( $Y_R = 1,05 \dots 1,2$  при цементации и нитроцементации;  $Y_R = 1,2$  – при нормализации и улучшении;  $Y_R = 1,05 \dots 1,2$  – при объемной закалке и закалке ТВЧ;  $K_{FL}$  – коэффициент долговечности, определяемый по выражениям:

$$\begin{aligned} \text{при } H \leq 350 HV \quad K_{FL} &= \sqrt[6]{\frac{N_{FO}}{N_F}}; \quad 2 \geq K_{FL} \geq 1; \\ \text{при } H > 350 HV \quad K_{FL} &= \sqrt{\frac{N_{FO}}{N_F}}; \quad 1,6 \geq K_{FL} \geq 1; \end{aligned} \quad (2.21)$$

здесь  $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$  – база испытаний изменения напряжений при изгибе для всех сталей;  $N_F$  – расчетная циклическая долговечность при постоянном режиме нагрузки определяется по формуле (2.19).

Таблица 10 – Приближенные значения границ выносливости при изгибе зубьев

Способ термической или химико-термической обработки	Твердость зубьев, $H$		Сталь	$\sigma_{FO}$ , МПа
	на поверхности	в сердцевине		
Отжиг, нормализация или улучшение	(180...300) $HV$		Углеродистая (легированная)	$1,8 HV_{cp}$
Объемная закалка	(45...55) $HRC$		легированная	550...600
Поверхностная закалка	(48...58) $HRC$	(30...45) $HRC$		750...850
Цементация и нитроцементация	(56...62) $HRC$	(32...45) $HRC$		750...850
Азотирование	(50...60) $HRC$	(24...40) $HRC$		300+1,2 $HRC$ (сердцевины зуба)

### 3 КОСОЗУБЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ

#### 3.1 Устройство, достоинства и недостатки

Цилиндрические колеса, у которых зубья расположены по винтовым линиям на делительном цилиндре ( $i=1,2$ ), называются косозубыми (рис. 3.1 а).

При этом шаг винтовой линии зуба весьма значителен по сравнению с

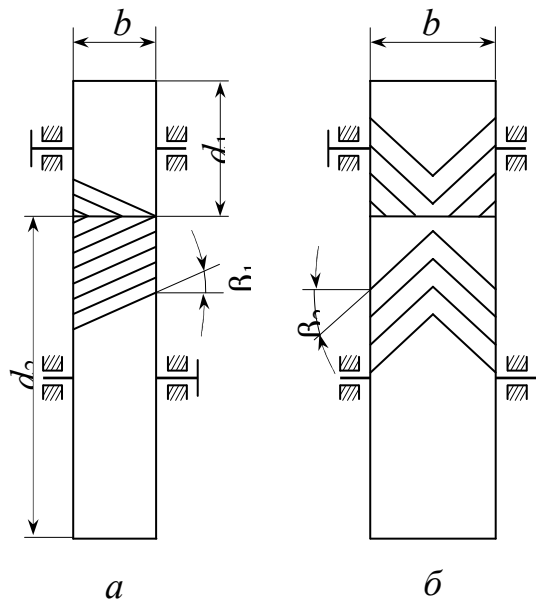


Рисунок 3.1 – Кинематические схемы цилиндрических передач с непрямыми зубьями

шириной  $b$  венца, и криволинейность зуба малозаметна. У пары сопряженных косозубых колес с внешним зацеплением углы наклона зубьев относительно образующей делительного цилиндра  $\beta$  равны по величине, но противоположны по направлению (на рис. 3.1 а шестерня с правым направлением зубьев, а колесо – с левым).

Шевронное колесо представляет собой сдвоенное косозубое колесо, обод которого может быть выполнен как единое целое (рис. 3.1 б), так и с разделением венцов дорожкой. Дорожка в середине колеса необходима для выхода инструмента – червячной фрезы.

Косозубые колеса нарезают тем же инструментом, что и прямозубые, методом копирования (на фрезерных станках), или методом обкатки (на зубодолбежных или зубофрезерных станках). При этом поворотом инструмента на угол  $\beta$  получают наклон зубца.

*Преимущества косозубых передач:*

- высокая плавность зацепления, потому что зубцы колес вступают и выходят из зацепления не сразу всей шириной  $b$ , а постепенно;
- снижение шума и дополнительной внутренней динамической нагрузки;

– более высокая несущая способность, потому что одновременно в работе находится минимум две пары зубьев и больше.

*Недостатком* косозубых передач является наличие осевой силы, стремящейся сдвинуть колесо с валом вдоль его оси и требующей осевой фиксации вала. Поэтому угол наклона зубцов ограничивается и рекомендуется принимать  $\beta = 8...25^\circ$ .

У шевронных колес вследствие разного направления зубьев на полушевронах осевые силы взаимно уравниваются на колесе и на подшипники не передаются. Это позволяет выполнять шевронные колеса с углом наклона зуба  $\beta = 25...40^\circ$ , что повышает прочность зуба и плавность работы передачи.

*Недостатком шевронных передач* являются большие затраты на изготовление колес.

Геометрический и прочностной расчеты шевронной передачи аналогичны расчетам косозубой передачи. Для шевронной передачи коэффициент ширины обода колеса  $\psi_{ba} = 0,4...0,8$ , а в прокатном оборудовании  $\psi_{ba} \leq 1,25$ .

### 3.2 Геометрический расчет зубчатого венца цилиндрического колеса с непрямыми зубьями

У косозубого колеса расстояние между зубьями можно измерить в торцовом или угловом  $t - t$  и нормальном  $n - n$  направлениях (рис. 3.2). В первом случае получим окружной шаг  $p_t$ , во втором – нормальный шаг  $p_n$ .

Различными в этих направлениях будут и модули зубьев:  $m_t = p_t / \pi$  – окружной модуль, то есть линейная величина, в  $\pi$  раз меньшая окружного шага зубьев;  $m_n = p_n / \pi$  – нормальный модуль зубьев.

Согласно рис. 3.2 б

$$p_t = p_n / \cos \beta,$$

тогда,

$$m_t = m_n / \cos \beta. \quad (3.1)$$

Профиль косоугольного зуба в нормальном сечении соответствует исходному контуру инструментальной рейки и, следовательно, совпадает с профилем прямого зуба  $m = m_n$ . Нормальный модуль должен соответствовать регламентированному ГОСТ 9563 и является исходной величиной при расчетах геометрических параметров.

Диаметр делительной и начальной окружностей

$$d = d_\omega = m_t z = m_n z / \cos \beta.$$

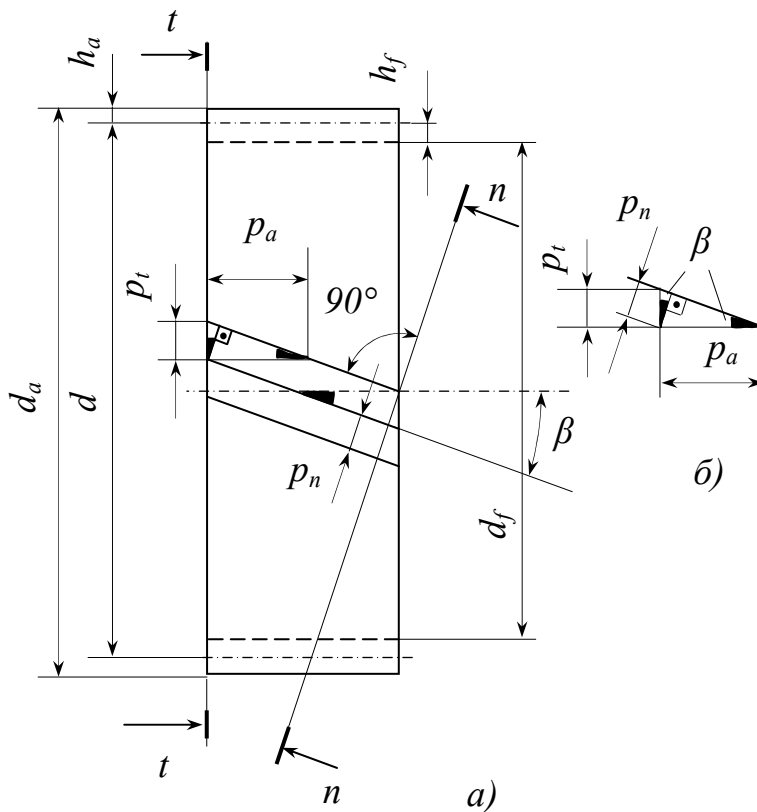


Рисунок 3.2 – Геометрические характеристики косозубого венца колеса

Высота головки косоугого зуба  $h_a$  и ножки  $h_f$  зуба:

$$h_a = m_n; \quad h_f = 1,25m_n.$$

Диаметр окружности вершин

$$d_a = d + 2h_a = m_n \left( \frac{z}{\cos \beta} + 2 \right).$$

Диаметр окружности впадин

$$d_f = d - 2h_f = m_n \left( \frac{z}{\cos \beta} - 2,5 \right).$$

Межосевое расстояние

$$a_\omega = (d_1 + d_2) / 2 = m_n (z_1 + z_2) / (2 \cos \beta) = m_n z_\Sigma / (2 \cos \beta). \quad (3.2)$$

### 3.3 Силы, действующие в зацеплении косозубых колес

Рассмотрим силы в момент контакта зубьев в полюсе зацепления  $\Pi$  (рис. 3.3 а).

Окружная сила находится из условия равновесия колеса:

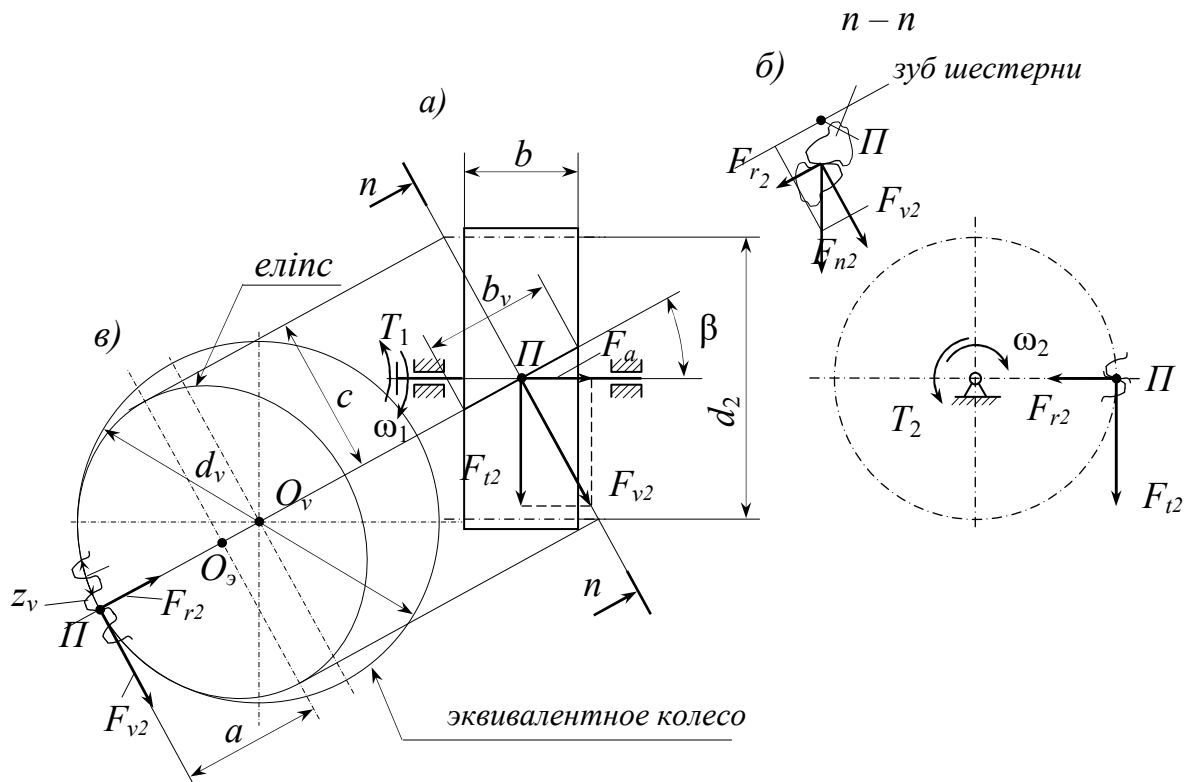


Рисунок 3.3 – Силы, действующие на зуб косозубого колеса и образование эквивалентного прямозубого колеса

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}. \quad (3.3)$$

Другие составляющие, а также силы  $F_{v2}$  и  $F_{n2}$  легко определить по схеме разложения сил:

$$\begin{aligned} F_{v2} &= \frac{F_{t2}}{\cos \beta}; & F_{r2} &= F_{v2} \operatorname{tg} \alpha_n = \frac{F_{t2}}{\cos \beta} \operatorname{tg} \alpha_n; \\ F_{a2} &= F_{t2} \operatorname{tg} \beta; & F_{n2} &= \frac{F_{v2}}{\cos \alpha_n} = \frac{F_{t2}}{\cos \alpha_n \cos \beta}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Направление осевой силы  $F_{a2}$  зависит от того, является колесо ведущим или ведомым, а так же от направления вращения колеса, а также от направления зуба (правого или левого).

В шевронных колесах осевые силы взаимно уничтожаются и на опоры не передаются (рис. 3.4).

Расчет зубьев косозубых колес в простейшем виде можно свести к расчету прямозубых колес, прочности которых взаимно эквивалентны. Для выполнения этого условия необходимо, чтобы:

а) колеса имели равные по длине зубья;



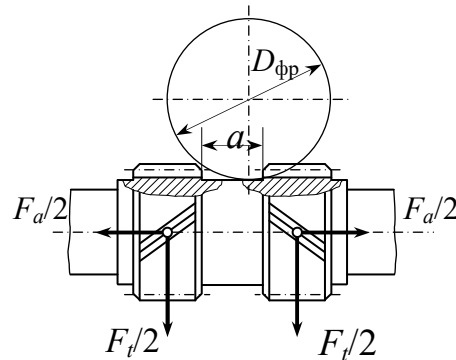


Рисунок 3.4 – Силы, действующие в полушевронах шестерни

б) профиль зуба прямозубого колеса соответствовал профилю косозубого колеса в нормальном сечении;

в) силы, действующие на зуб косозубого колеса в его нормальном сечении равны силам, действующим на зуб прямозубого колеса.

Как видно из рис. 3.3 а) между зубом косозубого колеса и зубом эквивалентного прямозубого колеса соблюдены все три условия

$$b_v = l = b / \cos \beta ,$$

где  $b_v$  – длина зуба эквивалентного колеса;  $l$  – длина зуба косозубого колеса;

$$m_v = m_n, \quad \alpha_v = \alpha_n,$$

где  $m_v$  и  $\alpha_v$  – модуль и угол зацепления эквивалентного колеса.

Силы, действующие на зуб эквивалентного колеса, те же, что и в косозубом в его нормальном сечении.

Для определения диаметра и числа зубьев эквивалентного колеса рассмотрим сечение  $n - n$ , нормальное к оси зуба (рис. 3.3 в). В сечении выходит эллипс. На контуре эллипса будут расположены зубья, полученные от пересечения секущей плоскости с профилями зубьев косозубого колеса.

Из-за переменной кривизны, зубья эллипса будут отличаться от нормального профиля зубьев колеса, но в точке  $\Pi$  эти профили будут совпадать. Для того чтобы зубья эквивалентного колеса имели профиль, соответствующий профилю в нормальном сечении косозубого колеса, нужно, чтобы его радиус был равен радиусу кривизны эллипса в точке  $\Pi$ .

Как известно из аналитической геометрии, радиус кривизны эллипса в точке  $\Pi$

$$r_v = \frac{c^2}{a} ,$$

где,  $a = \frac{d}{2}$ ,  $c = \frac{d}{2 \cos \beta}$  – малая и большая полуоси эллипса.

Получаем

$$r_v = \frac{d^2}{4 \cos^2 \beta d} = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}; \quad d_v = 2r_v = \frac{d}{\cos^2 \beta}; \quad (3.5)$$

Только

$$d_v = m_v z_v \text{ и } d = \frac{m_n}{\cos \beta} z, \text{ поэтому } m_v z_v = \frac{m_n}{\cos^3 \beta} z,$$

$$\text{Откуда } z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}. \quad (3.6)$$

### 3.4 Особенности косозубого зацепления

В отличие от прямозубой передачи, в косозубой передаче зубья входят в зацепление не сразу по всей длине, а постепенно, в результате чего в зацеплении находятся несколько пар зубьев. Это приводит к уменьшению нагрузки на зуб и неравномерному ее распределению между зубьями – она распределяется пропорционально длинам контактных линий 1, 2, 3 (рис. 3.5 б).

На боковой поверхности косоугого зуба линия контакта располагается под некоторым углом  $\lambda$  к образующей делительного цилиндра (рис. 5.5 а), увеличивающегося с ростом угла  $\beta$ . Это свойство косозубой передачи учитывается введением в выражение расчетной нагрузки дополнительного коэффициента  $K_{H\alpha}$  ( $K_{F\alpha}$ ), учитывающего распределение нагрузки между зубьями.

Для косозубых передач удельная нормальная нагрузка на зуб определяется по выражению

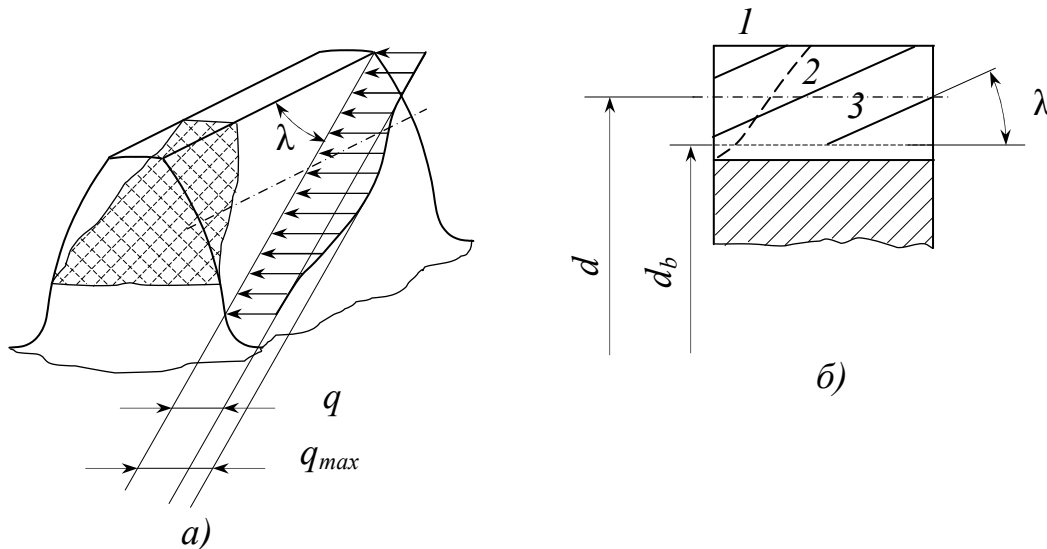


Рисунок 3.5 – Характер распределения нагрузки между зубьями и по длине контактной линии

$$q_{n \text{ рас}} = \frac{F_n}{l_\Sigma} K_\beta K_v K_\alpha, \quad (3.7)$$

где  $l_{\Sigma} = \frac{b\varepsilon_{\alpha}}{\cos\beta} K_{\varepsilon}$  – суммарная длина контактных линий ;  $K_{\varepsilon}$  – коэффициент учитывающий изменение суммарной длины контактных линий. Тогда получим

$$q_{n\text{рас}} = \frac{F_t \cos\beta}{\cos\alpha_n \cos\beta b\varepsilon_{\alpha} K_{\varepsilon}} K, \quad (3.8)$$

где  $K = K_{\beta} K_{\nu} K_{\alpha}$  – коэффициент нагрузки.

Косозубые колеса могут работать без нарушения зацепления даже при коэффициенте торцового перекрытия  $\varepsilon_{\alpha} < 1$ , при условии, что коэффициент осевого перекрытия  $\varepsilon_{\beta} > 1$  (см. рис. 3.2) и который представляет собой:

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b}{p_a} = \frac{b \operatorname{tg}\beta}{p_t} = \frac{b \sin\beta \cos\beta}{\cos\beta \pi m_n},$$

окончательно имеем

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b \sin\beta}{\pi m_n}. \quad (3.9)$$

При вращении колес, линия зацепления перемещается в направлении от линии 1 до линии 3. При этом опасным может оказаться положение 1, в котором зубья отламываются. Усталостная трещина образуется в основании ножки зуба в месте концентрации напряжений и затем распространяется под некоторым углом. Нагрузка  $q_n$  достигает максимального значения на средней линии зуба.

3.5 Расчет на контактную усталость активных поверхностей зубьев колес косозубых передач

Вывод формулы для *проверочного расчета* базируется на замене косозубых колес эквивалентными прямозубыми колесами. При этом исходная формула для определения контактных напряжений имеет вид

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q_n E_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}} K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha} \leq [\sigma_H]. \quad (a)$$

Приведенный радиус кривизны профилей зубьев эквивалентных прямозубых колес определяется с учетом (5.5) по формуле

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_{v2}\rho_{v1}}{\rho_{v2} \pm \rho_{v1}} = \frac{d_{v2}d_{v1} \sin^2 \alpha_n / 4}{(d_{v2} \pm d_{v1}) \sin \alpha_n / 2} = \frac{d_{v2} \sin \alpha_n}{2(u \pm 1)} = \frac{d_1 u \sin \alpha_n}{2(u \pm 1) \cos^2 \beta}. \quad (б)$$

Учитывая выражение (5.8) и (б), исходная формула (a) приобретает вид

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t \cos^2 \beta E_{\text{пр}}}{b\varepsilon_{\alpha} K_{\varepsilon} \cos\alpha_n \sin\alpha_n} \frac{u \pm 1}{u} \frac{2}{d_1 2\pi(1-\mu^2)}} K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha} \leq [\sigma_H].$$

Обозначим:

$Z_M = \sqrt{\frac{E_{\text{пр}}}{\pi(1-\mu^2)}} = 275 \text{ МПа}^{1/2}$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материала колес;

$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos^2 \beta}{\sin 2\alpha_n}} = 1,76 \cos \beta$  – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубцов;

$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha K_\varepsilon}}$  – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных

линий в зависимости от  $\varepsilon_\alpha = \left(1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right)\right) \cos \beta$  и  $K_\varepsilon = 0,9 \dots 0,95$ .

Тогда формула для проверочного расчета будет иметь вид

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \frac{u \pm 1}{u}} K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha} \leq [\sigma_H]. \quad (3.10)$$

Если подставить:

$F_t = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2T_2(u \pm 1)}{2au} = \frac{T_2(u \pm 1)}{au}$ , а  $d_1 = \frac{2a}{u \pm 1}$ , тогда получим

$$\sigma_{H2} = \frac{Z_M Z_H Z_\varepsilon}{au} \sqrt{\frac{T_2 \cdot 10^3 (u \pm 1)^3}{2b_2}} K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha} \leq [\sigma_{H2}]. \quad (3.11)$$

Значение  $K_{H\alpha}$  ( $K_{F\alpha}$ ) назначают по табл. 11.

*Проектный расчет.* Аналогично прямозубой передаче межосевое расстояние  $a$  определяют по проектировочному расчету. Выведем эту формулу.

Для этого в (5.11) подставим  $b_2 = \psi_{ba} a$  и решим его относительно  $a$

$$a \geq (u \pm 1)^3 \sqrt[3]{0,5 (Z_M Z_H Z_\varepsilon)^2 K_{H\nu} K_{H\alpha}} \sqrt[3]{\frac{T_2 10^3 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u^2 [\sigma_{H2}]^2}},$$

или

$$a \geq K_a (u \pm 1)^3 \sqrt[3]{\frac{T_2 10^3 K_{H\beta}}{\psi_{ba} u^2 [\sigma_{H2}]^2}}, \quad (3.12)$$

где  $K_a = \sqrt[3]{0,5 (Z_M Z_H Z_\varepsilon)^2 K_{H\nu} K_{H\alpha}} = 43 \text{ МПа}^{1/3}$  – вспомогательный коэффициент при расчете стальных косозубых колес.

Таблица 11 – Значения коэффициента  $K_{H\alpha}$  ( $K_{F\alpha}$ )

Степень точности передачи	$K_{H\alpha}$			$K_{F\alpha}$
	Окружная скорость, м/с			
	8	10	15	
6	1,01	1,03	1,04	0,72
7	1,05	1,07	1,09	0,81
8	1,09	1,13	–	0,91

### 3.6 Расчет зубьев колес на сопротивление усталости при изгибе

Расчет косозубых передач ведут по формулам эквивалентных прямозубых передач с введением в них поправочных коэффициентов.

*Проверочный расчет.* Аналогично расчету прямозубой передачи напряжения изгиба в зубьях.

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_V}{b_v m_v} K_{F\beta} K_{Fv} K_{F\alpha} \leq [\sigma_F],$$

где  $F_v = \frac{F_t}{\cos \beta}$ ;  $b_v = \frac{b}{\cos \beta}$ .

Тогда получим

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_t}{b m_n} K_{F\beta} K_{Fv} K_{F\alpha} \leq [\sigma_F], \quad (3.13)$$

где  $Y_\varepsilon = \frac{1}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha}$  – коэффициент, учитывающий перекрытие зубцов. По ГОСТ

21354 для косозубых колес  $K_\varepsilon = 1$ ;

$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{140}$  – коэффициент, учитывающий наклон зубьев.

Поскольку  $F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_1}{m_n z_1} \cos \beta$ , то формула (5.13) примет вид

$$\sigma_{a1} = Y_{F1} Y_\varepsilon Y_\beta \frac{2T_1 10^3}{b m_n^2 z_1} K_{F\beta} K_{Fv} K_{F\alpha} \leq [\sigma_{F1}]. \quad (3.14)$$

*Проектировочный расчет.* Аналогично расчету прямозубой передачи определяют нормальный модуль зацепления. Подставим в (3.14)

$b = \psi_{bd} d_1 = \psi_{bd} \frac{m_n z_1}{\cos \beta}$  и решим его относительно  $m_n$ :

$$m_n = \sqrt[3]{2Y_\varepsilon Y_\beta \cos^2 \beta K_{Fv} K_{F\alpha}} \sqrt[3]{\frac{T_1 10^3 Y_{F1}}{\psi_{bd} z_1^2 [\sigma_{F1}]}}$$

или

$$m_n = K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 10^3 Y_{F1}}{\psi_{bd} z_1^2 [\sigma_{F1}]}} \quad (3.15)$$

где  $K_m = \sqrt[3]{2Y_\varepsilon Y_\beta \cos^2 \beta K_{Fv} K_{F\alpha}} = 1,12$  – вспомогательный коэффициент;

$Y_{F1}$  выбирается по табл. в зависимости от эквивалентного числа зубьев шестерни;  $z_{v1} = z_1 / \cos^3 \beta$  и представляет собой коэффициент формы зуба.

### 3.7 Последовательность расчета колес цилиндрической передачи

*Проектировочный расчет выполняют по критерию сопротивления контактной усталости активных поверхностей зубьев, т. е. при твердости поверхностей зубьев  $H \leq 350\text{HB}$ .*

1. Выбирают материал колес и назначают их термическую обработку.

2. По табл. 9 принимают базу испытаний  $N_{HO}$  ( $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ ) для шестерни и колеса.

Определяют циклическую долговечность колес  $N_H$  (формула (2.19)), коэффициенты долговечности  $K_{HL}$  ( $K_{FL}$ ) (формулы (2.18) и (2.21)).

3. По табл. 8 и 10 определяют значения пределов выносливости для колеса и шестерни  $\sigma_{Hlimb} = \sigma_{HO}$  и  $\sigma_{Flimb}^0 = \sigma_{FO}$  соответственно.

4. 4. Определяют допустимые напряжения:

а) контактные  $[\sigma_{H2}]$  (формула (2.17) для материала колеса, как менее прочного при расчете прямозубых колес; при расчете косозубых колес определяют  $[\sigma_{H1}]$  и  $[\sigma_{H2}]$  и учитывая большую разницу рекомендуемых твердостей поверхностей зубьев колес, принимают меньше из двух полученных по зависимости:

$$[\sigma_H] = 0,45([\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]); \quad [\sigma_H] = 1,23[\sigma_2];$$

б) изгиба  $[\sigma_F]$  (формула (2.20) для материала шестерни и колеса

5. Задаются расчетным значением коэффициента ширины венца  $\psi_{ba}$  и находят значения  $\psi_{bd} = 0,5\psi_{ba}(u + 1)$ , а затем по табл. 5 находят коэффициент концентрации нагрузки по длине зуба  $K_{H\beta}$ .

6. Определяют межосевое расстояние  $a_w$  при условии обеспечения усталостной контактной прочности зубьев.

7. Задаются модулем зубьев  $m$  для прямозубых колес  $m_n$  – для косозубых.

При этом модуль необходимо округлить до значений ГОСТ9563.

8. При расчете прямозубых колес определяют суммарное число зубьев  $z_\Sigma$ , а затем числа зубьев шестерни  $z_1$  и колеса  $z_2$ . При расчете косозубых колес предварительно принимают угол  $\beta$ , определяют числа зубьев  $z_\Sigma, z_1, z_2$ , а затем уточняют значение угла  $\beta$ .

9. Определяют передаточное отношение.

10. Определяют геометрические размеры колес и передачи.

11. Определяют окружную скорость колес  $v$  и назначают степень точности изготовления.

12. Определяют силы в зацеплении.

13. Принимают коэффициенты динамической нагрузки  $K_{HV}, K_{FV}$  (табл. 6, 7) и дополнительно коэффициенты  $K_{H\alpha}, K_{F\alpha}$  (табл. 11).

14. Определяют расчетные контактные напряжения  $\sigma_{H2}$  в зоне зацепления зубьев. Допускается недонапряжение не более 10 % и перенапряжение

до 5%. Если условие прочности не выполняется, то увеличивают ширину венца колеса, не выходя за рамки рекомендаций  $\psi_{bd}$ . Если и это не даст должного эффекта, тогда, либо увеличивают межосевое расстояние  $a_w$ , либо выбирают другие материалы колес или другую термическую обработку, и расчет повторяют.

15. Выполняют проверочный расчет зубьев на сопротивление усталости при изгибе. По табл. 3 принимают коэффициенты формы зубьев. Для косозубых колес предварительно определяют и уже за них принимают по табл. 3 коэффициенты формы зуба.

16. Определяют расчетные напряжения  $\sigma_F$  в основании зубьев колес. Если при проверочном расчете  $\sigma_F$  значительно меньше  $[\sigma_F]$ , то это допустимо. Если  $\sigma_F > [\sigma_F]$ , то задаются новым модулем  $m$ , соответственно изменяя  $z_1$  и  $z_2$  и повторяют проверочный расчет передачи при изгибе. При этом межосевое расстояние  $a_w$  не меняется, а следовательно, не нарушается сопротивление контактной усталости зубьев колес.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заяц М.Л. Прикладная механика [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / М. Л. Заяц, Л. В. Туркина. – 2,77 МБ. – Екатеринбург : УрГУПС, 2016. – 1 файл. – Режим доступа <https://obuchalka.org/2016092491147/prikladnaya-mehanika-zaucas-m-l-turkina-l-v-2016.html> . – Загл. с экрана.
2. Мурин А.В., Осипов В.А. Прикладная механика [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / под. Ред. А.В. Мурина. – 12 МБ – Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 1 файл. – Режим доступа <http://window.edu.ru/resource/613/75613>. – Загл. с экрана.
3. Решетов Д.Н. Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных и механических специальностей вузов – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.
4. Кокорев И.А. Курс деталей машин [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.А. Кокорев, В.Н. Горелов. – 9,4 МБ – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2017. – 1 файл. – Режим доступа [http://meh.samgtu.ru/sites/meh.samgtu.ru/files/kurs\\_detaley\\_mashin.pdf](http://meh.samgtu.ru/sites/meh.samgtu.ru/files/kurs_detaley_mashin.pdf). – Загл. с экрана.
5. Зиомковский, В. М. Прикладная механика : учебное пособие / В. М. Зиомковский, И. В. Троицкий. – 12,9 МБ – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015. – 1 файл. – Режим доступа [https://fileskachat.com/getfile/61423\\_c8c89715084ca9ecd0b5f7c229db0771](https://fileskachat.com/getfile/61423_c8c89715084ca9ecd0b5f7c229db0771). – Загл. с экрана.



Учебное издание

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**  
**по изучению лекционного курса по дисциплинам**  
**«Прикладная механика» и «Техническая механика»**  
**Передачи зацеплением. Конструкции, расчет и проектирование.**  
**Часть I. Зубчатые цилиндрические передачи**

для обучающихся по направлениям подготовки

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»,  
13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»,  
21.05.03 «Технология геологической разведки»,  
13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»,  
12.03.01 «Приборостроение» всех форм обучения  
всех форм обучения

Составители: **Татьянченко Александр Григорьевич**  
**Савенков Вячеслав Николаевич**  
**Петтик Юрий Владиславович**  
**Лукичев Александр Владимирович**  
**Ветряк Юрий Леонидович**  
**Бридун Мария Викторовна**

Компьютерный макет

*Петтик Ю. В.*

Подписано к печати                      Формат 60×84 1/16.  
Усл. печатн. листов. \_\_\_\_ Печать лазерная. Зак. № \_\_\_\_\_ Тираж 100 экз.

Напечатано в «Цифровой типографии» (ФЛП Артамонов Д.А.)  
г. Донецк. Тел. (050) 886-53-63

Свидетельство о регистрации ДНР серия «51159 от 9 февраля 2015